

# A

Odpovídejte ve větách. Všechny symbolické zápisy, které nejsou umístěny ve větě, mohou být ignorovány. Hodnotí se postup, nikoliv výsledek. Dejte vhodným (ale stručným) způsobem najevo, že znáte definice příslušných pojmů a znění vět, které případně v řešení používáte. Odpovědi pište přímo na tento papír (po obou stranách), až v případě nedostatku místa a pro pomocné výpočty použijte vlastní papír. Nezapomeňte na podpis!

1. Rozhodněte, zda množina  $\{\neg p_0 \equiv (p_1 \vee p_2), \neg p_1 \equiv (p_2 \vee p_3), \neg p_2 \equiv (p_3 \vee p_4), \dots\}$  výrokových formulí je splnitelná. Pokud ano, charakterizujte všechna pravdivostní ohodnocení, která ji splňují.
2. Převedte formuli  $(p \rightarrow q) \equiv (r \rightarrow s)$  na konjunktivní a na disjunktivní normální tvar.
3. O každé z následujících formulí rozhodněte, zda je pravdivá ve struktuře  $\mathbf{M} = \langle M, R^{\mathbf{M}} \rangle$ , kde  $M = \{0, 1, 2\}$  a  $R^{\mathbf{M}} = \{[0, 0], [1, 1], [0, 1], [1, 2], [2, 0]\}$ .
  - (a)  $\forall x \forall z \exists y (R(x, y) \& R(y, x))$
  - (b)  $\forall x \exists y \exists z (R(x, y) \& R(y, z) \& R(z, x))$
  - (c)  $\forall x \forall w \exists y \exists z (R(x, y) \& R(y, z) \& R(z, w) \& R(z, w))$ .
4. O každé z následujících formulí rozhodněte, zda je logicky pravdivá:
  - (a)  $\exists x (P(x) \equiv Q(x)) \rightarrow (\exists x P(x) \equiv \exists x Q(x))$
  - (b)  $\forall x \exists y (P(x) \& Q(x)) \rightarrow \exists y \forall x (P(x) \& Q(x))$ .
  - (c)  $\exists y \forall x (P(x) \& Q(x)) \rightarrow \forall x \exists y (P(x) \& Q(x))$ .
5. Vyberte si některou formuli z předchozího cvičení a zdůvodněte o ní, že je v predikátovém kalkulu dokazatelná. Přitom můžete využít větu o úplnosti výrokového kalkulu, ale nikoliv větu o úplnosti predikátového kalkulu.