A

Odpovídejte ve větách. Všechny symbolické zápisy, které nejsou umístěny ve větě, mohou být ignorovány. Hodnotí se postup, nikoliv výsledek. Odpovědi pište přímo na tento papír (po obou stranách), až v případě nedostatku místa a pro pomocné výpočty použijte vlastní papír. Nezapomeňte na podpis!
U pojmů zvýrazněných *kurzívou* dejte vhodným způsobem najevo, že znáte definici.

1. O každé z formulí $p \to r$ a $r \to p$ rozhodněte, zda *vyplývá* z množiny $\{\neg p \to q, p \to \neg q, r\}$.

2. Nechť P a Q jsou unární, R binární predikátový symbol. Rozhodněte, které z následujících formulí jsou *logicky platnými formulemi*. U formule obsahující rovnítko předpokládejte predikátovou logiku s rovností.

   $\forall x \exists y (P(x) \,\&\, Q(y)) \to \forall x P(x)$
   $\forall x \forall y R(x,y) \to \forall x R(x,x)$
   $\forall x \exists y (R(x,y) \ \&\ Q(y)) \ \to\ \forall x Q(x) \ \vee\ \forall x \exists y (x \neq y)$
   $\forall x (P(x) \vee Q(x)) \to \forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$.

3. Vyberte si jednu formuli z předchozího cvičení a zdůvodněte o ní, že je v predikátovém kalkulu *dokazatelná*. Přitom můžete využít větu o úplnosti výrokového kalkulu a známá pomocná tvrzení o predikátovém kalkulu, ale nikoliv větu o úplnosti predikátového kalkulu. U pomocných tvrzení dejte najevo, že jste ověřil předpoklady. Použijete-li případně pomocné tvrzení, o kterém se nemluvilo na cvičení, připomeňte mi i znění.