4. lekce

Podmínky a jejich spojování

Miroslav Jílek

Podmínka

Podmínka

- obsahuje přesný popis vlastnosti proměnné

Podmínka

- obsahuje přesný popis vlastnosti proměnné
- je definována výrokem, který je pravda (pravdivý, true) nebo nepravda (nepravdivý, false)

Podmínka

- obsahuje přesný popis vlastnosti proměnné
- je definována výrokem, který je pravda (pravdivý, true) nebo nepravda (nepravdivý, false)

Příklady podmínek:

Podmínka	Pravda (True)	Nepravda (False)
(A < 10)	(-∞;10)	<10;∞)
(A==10)	{10}	(-∞;10) ∪ (10;∞)
(A!=10)	(-∞;10) ∪ (10;∞)	{10}

Podmínka

– obsahuje přesný popis vlastnosti proměnné
– je definována výrokem, který je pravda (pravdivý, true) nebo nepravda (nepravdivý, false)

Příklady podmínek:

Podmínka	Pravda (True)	Nepravda (False)
(A < 10)	$(-\infty;10)$	$<10;\infty)$
(A==10)	$\{10\}$	$(-\infty;10) \cup (10;\infty)$
(A!=10)	$(-\infty;10) \cup (10;\infty)$	$\{10\}$

Speciální podmínky

(y != y)	je true jestli	y = NaN (Not a Number)
(isinf(y))	je true jestli	y = Inf (Infinity)

Speciální podmínky

(y != y)	je true jestli	y = NaN (Not a Number)
(isinf(y))	je true jestli	y = Inf (Infinity)

Tyto podmínky můžeme použít pouze pro testování hodnoty proměnné typu ***float*** a ***double***, pro ***int, long int*** a ***long long*** nemůžeme – tam bude už při výpočtu fatální chyba!

Speciální podmínky

(y != y)	je true jestli	y = NaN (Not a Number)
(isinf(y))	je true jestli	y = Inf (Infinity)

Tyto podmínky můžeme použít pouze pro testování hodnoty proměnné typu ***float*** a ***double***, pro ***int, long int*** a ***long long*** nemůžeme – tam bude už při výpočtu fatální chyba!

Při matematické operaci se do proměnné typu ***float*** nebo ***double*** vloží hodnota

a) normální číslo

Speciální podmínky

(y != y)	je true jestli	y = NaN (Not a Number)
(isinf(y))	je true jestli	y = Inf (Infinity)

Tyto podmínky můžeme použít pouze pro testování hodnoty proměnné typu ***float*** a ***double***, pro ***int, long int*** a ***long long*** nemůžeme – tam bude už při výpočtu fatální chyba!

Při matematické operaci se do proměnné typu ***float*** nebo ***double*** vloží hodnota

a) normální číslo
b) jestli se hodnota čísla nevejde do velikosti paměti proměnné - pak se vypočítá limita hodnoty – výsledek – hodnota proměnné může být:

Speciální podmínky

(y != y)	je true jestli	y = NaN (Not a Number)
(isinf(y))	je true jestli	y = Inf (Infinity)

Tyto podmínky můžeme použít pouze pro testování hodnoty proměnné typu ***float*** a ***double***, pro ***int, long int*** a ***long long*** nemůžeme – tam bude už při výpočtu fatální chyba!

Při matematické operaci se do proměnné typu ***float*** nebo ***double*** vloží hodnota

a) normální číslo
b) jestli se hodnota čísla nevejde do velikosti paměti proměnné - pak se vypočítá limita hodnoty – výsledek – hodnota proměnné může být:
   – hodnota limity - *např. (1/inf)+1=1, 1/0 = inf*

Speciální podmínky

(y != y)	je true jestli	y = NaN (Not a Number)
(isinf(y))	je true jestli	y = Inf (Infinity)

Tyto podmínky můžeme použít pouze pro testování hodnoty proměnné typu ***float*** a ***double***, pro ***int, long int*** a ***long long*** nemůžeme – tam bude už při výpočtu fatální chyba!

Při matematické operaci se do proměnné typu ***float*** nebo ***double*** vloží hodnota

a) normální číslo
b) jestli se hodnota čísla nevejde do velikosti paměti proměnné - pak se vypočítá limita hodnoty – výsledek – hodnota proměnné může být:
   – hodnota limity - *např. (1/inf)+1=1, 1/0 = inf*
   – hodnota limity neexistuje – pak je výsledek NaN (Not a Number)

Spojování výroků (podmínek) logickými spojkami

Spojování výroků (podmínek) logickými spojkami

a) Konjunkce - spojení $A \wedge B$; AND; A a současně B

Spojování výroků (podmínek) logickými spojkami

a) Konjunkce - spojení A $\wedge$B; AND; A a současně B

Pravdivostní tabulka konjunkce

A	B	A $\wedge$B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Spojování výroků (podmínek) logickými spojkami

a) Konjunkce - spojení $A \wedge B$; AND; A a současně B

Pravdivostní tabulka konjunkce

A	B	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Konjunkce výroků je pravdivá pouze když jsou pravdivé oba (všechny) výroky v konjunkci.

Spojování výroků (podmínek) logickými spojkami

a) Konjunkce - spojení A $\wedge$B; AND; A a současně B

Pravdivostní tabulka konjunkce

A	B	A $\wedge$B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Konjunkce výroků je pravdivá pouze když jsou pravdivé oba (všechny) výroky v konjunkci.

Příklad: Student je ve třídě a počítá příklady z matematiky.

b) Disjunkce - spojení $A \vee B$; OR; A nebo B

b) Disjunkce - spojení A ∨ B; OR; A nebo B

Pravdivostní tabulka konjunkce

A	B	A ∨ B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

b) Disjunkce - spojení $A \vee B$; OR; A nebo B

Pravdivostní tabulka konjunkce

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Disjunkce výroků je pravdivá pouze když je pravdivý alespoň jeden výrok.

b) Disjunkce - spojení $A \vee B$; OR; A nebo B

Pravdivostní tabulka konjunkce

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Disjunkce výroků je pravdivá pouze když je pravdivý alespoň jeden výrok.

Příklad**:** Student studuje nebo poslouchá hudbu.

Konjunkce je logický součin:

A	B	$A \wedge B$	$A \wedge B$
0	0	0	$0 . 0 = 0$
0	1	0	$0 . 1 = 0$
1	0	0	$1 . 0 = 0$
1	1	1	$1 . 1 = 1$

Konjunkce je logický součin:

A	B	$A \wedge B$	$A \wedge B$
0	0	0	$0 . 0 = 0$
0	1	0	$0 . 1 = 0$
1	0	0	$1 . 0 = 0$
1	1	1	$1 . 1 = 1$

Disjunkce je logický součet:

A	B	$A \vee B$	$A \vee B$
0	0	0	$0 + 0 = 0$
0	1	1	$0 + 1 = 1$
1	0	1	$1 + 0 = 1$
1	1	1	$1 + 1 = 1$

c) Implikace - spojení A $\Rightarrow$ B; jestliže A potom B (A je předpoklad, B je tvrzení)

c) Implikace - spojení A $\Rightarrow$ B; jestliže A potom B (A je předpoklad, B je tvrzení)

Pravdivostní tabulka implikace

A	B	A $\Rightarrow$ B
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

c) Implikace - spojení A $\Rightarrow$ B; jestliže A potom B (A je předpoklad, B je tvrzení)

Pravdivostní tabulka implikace

A	B	A $\Rightarrow$ B
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Implikace výroků je nepravdivá pouze když je pře poklad pravdivý a tvrzení nepravdivé.

c) Implikace - spojení A ⇒ B; jestliže A potom B (A je předpoklad, B je tvrzení)

Pravdivostní tabulka implikace

A	B	A ⇒ B
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Implikace výroků je nepravdivá pouze když je předpoklad pravdivý a ověření nepravdivé.

Pomůcka: *Chyba je, když předpokládám, že mám v kapse peníze a peníze v kapse nejsou!*

Příklad implikace: *Výrok:* Když přijdeš, dám ti sto korun!

A	B	A ⇒ B	
0	0	1	Nepřijdeš a nedám 100 Kč – **pravda**, nepřišel jsi!
0	1	1	Nepřijdeš a dám 100 Kč – **pravda -** nepřišel jsi!
1	0	0	Přijdeš a nedám 100 Kč – **NEPRAVDA**
1	1	1	Přijdeš a dám 100 Kč – **pravda** – to jsem říkal, že bude

d) Ekvivalence

Ekvivalence libovolných výroků A a B ($A \Leftrightarrow B$) je konjunkce implikace $A \Rightarrow B$ a obrácené implikace $B \Rightarrow A$: $(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$ tedy $A \Leftrightarrow B$

d) Ekvivalence

Ekvivalence libovolných výroků A a B ($A \Leftrightarrow B$) je konjunkce implikace $A \Rightarrow B$ a obrácené implikace $B \Rightarrow A$: $(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$ tedy $A \Leftrightarrow B$

Pravdivostní tabulka ekvivalence

A	B	$A \Rightarrow B$	$B \Rightarrow A$	$(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$	$A \Leftrightarrow B$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1

d) Ekvivalence

Ekvivalence libovolných výroků A a B ($A \Leftrightarrow B$) je konjunkce implikace $A \Rightarrow B$ obrácené implikace $B \Rightarrow A$: $(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$ tedy $A \Leftrightarrow B$

Pravdivostní tabulka ekvivalence

A	B	$A \Rightarrow B$	$B \Rightarrow A$	$(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$	$A \Leftrightarrow B$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1

Ekvivalence výroků je pravdivá pouze když mají oba (všechny) výroky stejnou pravdivostní hodnotu.

d) Ekvivalence

Ekvivalence libovolných výroků A a B ($A \Leftrightarrow B$) je konjunkce implikace $A \Rightarrow B$ obrácené implikace $B \Rightarrow A$: $(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$ tedy $A \Leftrightarrow B$

Pravdivostní tabulka ekvivalence

A	B	$A \Rightarrow B$	$B \Rightarrow A$	$(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$	$A \Leftrightarrow B$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1

Ekvivalence výroků je pravdivá pouze když mají oba (všechny) výroky stejnou pravdivostní hodnotu.

Příklad ekvivalence:

„Je-li trojúhelník pravoúhlý, pak pro jeho strany platí Pythagorova věta.“
„Jestliže neplatí pro strany trojúhelníku Pythagorova věta, pak není pravoúhlý.“

Negace ekvivalence – XOR

Negace ekvivalence libovolných výroků A a B (A XOR B) je negace konjunkce implikace $A \Rightarrow B$ a obrácené implikace $B \Rightarrow A$: $\neg((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A))$ tedy A XOR B

Pravdivostní tabulka XOR

A	B	$A \Rightarrow B$	$B \Rightarrow A$	$(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$	$\neg((A \Rightarrow B \wedge (B \Rightarrow A)) \Leftrightarrow$ A XOR B
0	0	1	1	1	0
0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	1
1	1	1	1	1	0

Negace ekvivalence výroků je pravdivá pouze když nemají oba (všechny) výroky stejnou pravdivostní hodnotu.

Příklad negace ekvivalence:

„Číslo je sudé nebo liché“

„Student odpověděl správně nebo špatně.“

Negace spojených výroků – pravdivostní tabulky

Negaci značíme symbolem $\neg A$ nebo čárkou A'

Negace konjunkce (AND)

$(A \wedge B)' \Leftrightarrow A' \vee B'$

A	B	$A \wedge B$	$(A \wedge B)'$	A'	B'	$A' \vee B'$
0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0

Negace disjunkce (OR)

$(A \vee B)' \Leftrightarrow A' \wedge B'$

A	B	$A \vee B$	$(A \vee B)'$	A'	B'	$A' \wedge B'$
0	0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	0
1	0	1	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0

Negace implikace

$(A \Rightarrow B)' \Leftrightarrow A \wedge B'$

A	B	$A \Rightarrow B$	$(A \Rightarrow B)'$	B'	$A \wedge B'$
0	0	1	0	1	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0

Negace ekvivalence

$(A \Leftrightarrow B)' \Leftrightarrow ((A \wedge B') \vee (A' \wedge B))$

A	B	$A \Leftrightarrow B$	$(A \Leftrightarrow B)'$	A'	B'	$A \wedge B'$	$A' \wedge B$	$((A \wedge B') \vee (A' \wedge B))$
0	0	1	0	1	1	0	0	0
0	1	0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	0	1	1	0	1
1	1	1	0	0	0	0	0	0

XOR je pravda, pokud je pravda lichý počet partikulárních výroků!

A xor B xor C =

Použijeme: Konjunkce - ∧ - logický součin, disjunkce - ∨ - logický součet

$$(A.B'+A'.B) \text{ xor } C =$$

$$(A.B'+A'.B).C'+(A.B'+A'.B)'.C =$$

$$A.B'.C'+A'.B.C'+((A'+B).(A+B')).C =$$

Vysvětlení:

$(A.B'+A'.B)'$ *negujeme podle negace konjunkce (součin) a negace disjunkce (součet):*

Za A.B' dosadíme C a za A'.B dosadíme D – potom bude (C+D)' = C'.D'

Nyní za C vrátíme A.B' a za D vrátíme A'.B: (A.B')'.(A'.B)'

Znegujeme konjunkce: (A.B')'.(A'.B)' = (A'+B).(A+B')

$$A.\ B'.C'+A'.B.C'+(A'.A+A'.B'+A.B+B.B').C =$$

A'.A je nepravda (0), stejně jako B.B', protože podmínka nemůže být zároveň pravda a nepravda!

$$AB'C'+A'BC'+(0+A'B'+AB+0).C =$$

$$A.B'.C'+A'.B.C'+(A'.B'+A.B).C) =$$

$$\mathbf{A.B'.C'+A'.B.C'+A'.B'.C+A.B.C}$$

XOR je pravda, pokud je pravda lichý počet partikulárních výroků!

$$\textit{\textbf{A xor B xor C}} =$$

$$((A\wedge B')\vee(A'\wedge B)) \text{ xor } C =$$

$$((A\wedge B')\vee(A'\wedge B))\wedge C')\vee(((A\wedge B')\vee(A'\wedge B))'\wedge C) =$$

$$(A\wedge B'\wedge C')\vee(A'\wedge B\wedge C')\vee(((A\wedge B')'\wedge(A'\wedge B)')\wedge C) =$$

$$(A\wedge B'\wedge C')\vee(A'\wedge B\wedge C')\vee(((A'\vee B)\wedge(A\vee B'))\wedge C) =$$

$$(A\wedge B'\wedge C')\vee(A'\wedge B\wedge C')\vee(((A'\wedge A)\vee(A'\wedge B')\vee(A\wedge B)\vee(B\wedge B'))\wedge C) =$$

$$(A\wedge B'\wedge C')\vee(A'\wedge B\wedge C')\vee((0\vee(A'\wedge B')\vee(A\wedge B)\vee 0)\wedge C) =$$

$$(A\wedge B'\wedge C')\vee(A'\wedge B\wedge C')\vee(((A'\wedge B')\vee(A\wedge B))\wedge C) =$$

$$\mathbf{(A\wedge B'\wedge C')\vee(A'\wedge B\wedge C')\vee(A'\wedge B'\wedge C)\vee(A\wedge B\wedge C)}$$

XOR tří podmínek – pravdivostní tabulka

A	B	C	A XOR B	(A XOR B) XOR C
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	1	0
1	0	0	1	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	1	0	1

$$(A \wedge B' \wedge C') \vee (A' \wedge B \wedge C') \vee (A' \wedge B' \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge C)$$

Příklad 1:

Výrok A je definován $x \in [-10;10)$
Výrok B je definován $x \in (-\infty;0]$

Nalezněte všechna x, pro které platí: $(A \wedge \neg B) \vee (A \wedge B)$

Příklad 1:

Výrok A je definován jako pravdivý pro $x \in [-10;10)$
Výrok B je definován jako pravdivý pro $x \in (-\infty;0]$

Nalezněte všechna x, pro které platí: $(A \wedge B' \vee (A \wedge B')$

Řešení příkladu 1:

$A \wedge \neg B \quad [-10;10) \wedge (0;\infty) = (0;10)$
$A \wedge B \quad [-10;10) \wedge (-\infty;0] = [-10;0]$

$(0;10) \vee [-10;0] = [-10;10)$

Můžeme řešit logicky:

A a B nebo A a ne B znamená, že není důležité, jaká pravdivostní hodnota bude v B a proto je výsledek A.

Příklad 2:

Výrok A je definován jako pravdivý pro $x \in [0;5]$
Výrok B je definován jako pravdivý pro $x \in (-\infty;0]$
Výrok C je definován jako pravdivý pro $x \in (-1;1)$

Nalezněte všechna x, pro které platí: $(A \wedge C') \vee (A \wedge B) \vee (A \wedge B' \wedge C)$

Příklad 2:

Výrok A je definován jako pravdivý pro $x \in [0;5]$
Výrok B je definován jako pravdivý pro $x \in (-\infty;0]$
Výrok C je definován jako pravdivý pro $x \in (-1;1)$

Nalezněte všechna x, pro které platí: $(A \wedge C') \vee (A \wedge B) \vee (A \wedge B' \wedge C)$

Řešení příkladu 2:

$A \wedge C'$	$[0;5] \wedge ((-\infty;-1] \vee [1;\infty)) = [1;5]$
$A \wedge B$	$[0;5] \wedge (-\infty;0] = \{0\}$
$A \wedge B' \wedge C$	$[0;5] \wedge (0;\infty) \wedge (-1;1) = (0;1)$

$[1;5] \vee \{0\} \vee (0;1) = [0;5]$

Druhý příklad můžeme řešit i logicky:

Z výrazu **((A∧C')∨(A∧B)∨(A∧B'∧C)** vytkneme **A**:
A ∧(C'∨B∨(B'∧C))
Výraz **(C'∨B∨(B'∧C))** je vždy pravda, protože platí:
pravda je když **C = false nebo B = true nebo (B = false nebo C = true)**
a to je vždy true!

B	**B'**	**C**	**C'**	**B'∧C**	**C'∨B∨(B'∧C)**
0	1	0	1	0	1
0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	0	1

Celkový výsledek bude A ∧true = A = [0;5]

Příklad 3:

Výrok A je definován jako pravdivý pro $x \in [0;3]$
Výrok B je definován jako pravdivý pro $x \in (-\infty;-2]$
Výrok C je definován jako pravdivý pro $x \in [-5;4)$

Nalezněte všechna x, pro které platí: $(A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge B' \wedge C') \vee (A' \wedge B' \wedge C)$

Příklad 3:

Výrok A je definován jako pravdivý pro $x \in [0;3]$
Výrok B je definován jako pravdivý pro $x \in (-\infty;-2]$
Výrok C je definován jako pravdivý pro $x \in [-5;4)$

Nalezněte všechna x, pro které platí: $(A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge B' \wedge C') \vee (A' \wedge B' \wedge C)$

Řešení příkladu 3: *(zde nepomůže zjednodušení...)*

$(A \wedge B \wedge C)$	$[0;3] \wedge (-\infty;-2] \wedge [-5;4) = \emptyset$
$(A \wedge B' \wedge C')$	$[0;3] \wedge (-2;\infty) \wedge ((-\infty;-5) \vee [4;\infty)) = \emptyset$
$(A' \wedge B' \wedge C)$	$((-\infty;0) \vee (3;\infty)) \wedge (-2;\infty) \wedge [-5;4) = (-2;0) \vee (3;4)$

$\emptyset \vee \emptyset \vee (-2;0) \vee (3;4) = (-2;0) \vee (3;4)$

Příklad 4:

Výrok A je definován jako pravdivý pro $x \in (0;4] \cup (10;15)$
Výrok B je definován jako pravdivý pro $x \in (-\infty;-2]$
Výrok C je definován jako pravdivý pro $x \in [-5;4) \cup (4;10]$

Nalezněte všechna x, pro které platí: $(A \wedge B' \wedge C') \vee (A' \wedge B) \vee (A \wedge C')$

Příklad 4:

Výrok A je definován jako pravdivý pro $x \in (0;4] \cup (10;15)$
Výrok B je definován jako pravdivý pro $x \in (-\infty;-2]$
Výrok C je definován jako pravdivý pro $x \in [-5;4) \cup (4;10]$

Nalezněte všechna x, pro které platí: $(A \wedge B' \wedge C') \vee (A' \wedge B) \vee (A \wedge C')$

Řešení příkladu 4:

$(A \wedge B' \wedge C')$	$((0;4] \vee (10;15)) \wedge (-2;\infty) \wedge ((-\infty;-5) \vee \{4\} \vee (10;\infty) = \{4\} \vee (10;15)$
$(A' \wedge B)$	$((-\infty;0] \vee (4;10] \vee [15;\infty)) \wedge (-\infty;-2] = (-\infty;-2]$
$(A \wedge C')$	$((0;4] \vee (10;15)) \wedge ((-\infty;-5) \vee \{4\} \vee (10;\infty) = \{4\} \vee (10;15)$

$\{4\} \vee (10;15) \vee (-\infty;-2] \vee \{4\} \vee (10;15) = (-\infty;-2] \vee \{4\} \vee (10;15)$

Příklad 4 můžeme řešit i logicky:
První a třetí podmínka je podobná. Protože první podmínka je více omezená (*more restricting*) než třetí, tak ji můžeme ignorovat. Tím se příklad zjednoduší na :
$(A' \wedge B) \vee (A \wedge C')$
... a dále pokračuje stejně, jako jsme počítali...

Příklad 5:

Výrok A je definován jako pravdivý pro $x \in (0;2] \cup (10;11]$
Výrok B je definován jako pravdivý pro $x \in (-\infty;0]$
Výrok C je definován jako pravdivý pro $x \in [0;4] \cup (9;11]$
Výrok D je definován jako pravdivý pro $x \in (-\infty;-2) \cup (0;10] \cup [11;\infty)$

Nalezněte všechna x, pro které platí: $(A \vee B' \vee D') \wedge (B' \vee C \vee D) \wedge (A \vee C' \vee D) \wedge (A' \vee B \vee C \vee D)$

Příklad 5:

Výrok A je definován jako pravdivý pro $x \in (0;2]\cup(10;11]$
Výrok B je definován jako pravdivý pro $x \in (-\infty;0]$
Výrok C je definován jako pravdivý pro $x \in [0;4]\cup(9;11]$
Výrok D je definován jako pravdivý pro $x \in (-\infty;-2)\cup(0;10]\cup[11;\infty)$

Nalezněte všechna x, pro které platí: $(A\vee B'\vee D')\wedge(B'\vee C\vee D)\wedge(A\vee C'\vee D)\wedge(A'\vee B\vee C\vee D)$

Řešení příkladu 5:

$(A\vee B'\vee D')$ $(0;2]\vee(10;11]\vee(0;\infty)\vee[-2;0]\vee(10;11) = [-2;\infty)$
$(B'\vee C\vee D)$ $(0;\infty)\vee[0;4]\vee(9;11]\vee(-\infty;-2)\vee(0;10]\vee[11;\infty) = (-\infty;-2)\vee[0;\infty)$
$(A\vee C'\vee D)$ $(0;2]\vee(10;11]\vee(-\infty;0)\vee(4;9]\vee(11;\infty)\vee(-\infty;-2)\vee(0;10]\vee[11;\infty) = (-\infty;0)\vee(0;\infty)$
$(A'\vee B\vee C\vee D)$ $(-\infty;0]\vee(-\infty;0]\vee[0;4]\vee(9;11]\vee(-\infty;-2)\vee(0;10]\vee[11;\infty) = (-\infty;\infty)$

$[-2;\infty)\wedge((-\infty;-2)\vee[0;\infty))\wedge((-\infty;0)\vee(0;\infty))\wedge(-\infty;\infty) = (0;\infty)$