

Závěrečná zkouška z informatiky 2011

- 1) Číslo A je v dvojkové soustavě a má hodnotu **1101011**. Číslo B je v šestnáctkové soustavě a má hodnotu **FF3**. Vypočítejte : $A * B$ a výsledek napište v desítkové soustavě. Napište celý postup řešení! **10 bodů**
-

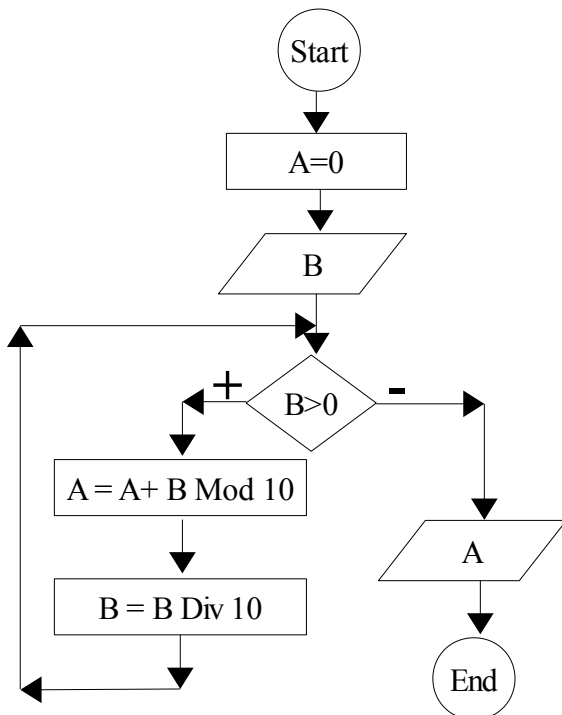
- 2) Následující kód je napsán v Pascalu :

```
Program HaHaHa;  
Var   A,B: integer;  
      C: Array [1..100] of integer;  
Begin  
  Readln (A);  
  B:=1;  
  If A Mod 2 = 0 then Begin  
    While (A>0) do begin  
      C[B]:=A Mod 3;  
      A:=A Div 3;  
      B:=B+1;  
    end;  
    For A:=B-1 Downto 1 Write (C[A]);  
  End;  
End.
```

- a) Nakreslete vývojový diagram tohoto programu!
b) Co dělá tento program?

15 bodů
8 bodů

- 3) Následující vývojový diagram:



- a) Napište kód v Pascalu nebo Visual Basicu!
b) Co dělá tento program (Algoritmus)?

15 bodů
7 bodů

4) Následující kód je v Pascalu:

```
Program HiHiHi;  
Var A, B, C, N: Integer;  
Begin  
  Readln (N);  
  C:=0;  
  For A := 1 to N Do Begin  
    C := C + 2;  
    For B := A to N Do C := C + 1;  
  End;  
  Write (C);  
End.
```

- a) Vstupní hodnota $N = 20$. Jaká bude výstupní hodnota C ? **15 bodů**
b) Pro kterou nejnižší vstupní hodnotu N bude výstupní hodnota $C > 1000$? **10 bodů**
-

5) Ve skupině je 9 studentů: 4 dívky a 5 chlapců. V počítačové učebně je deset počítačů. U každého počítače může pracovat nejvýše jeden student.

a) Kolika různými způsoby si studenti mohou sednout k počítačům tak, aby u sousedních počítačů nepracovaly dvě dívky? (Předpokládáme, že všechny dívky pracují!) **15 bodů**

b) Předpokládejme, že změna uspořádání (změna pozice studentů) trvá 15 sekund. Jak dlouho bude studentům trvat, než vyzkouší všechna možná různá uspořádání zasednutí k počítačům za podmínek uvedených v otázce a)?

5 bodů

Řešení zkoušky:

Příklad 1

A má v binárním kódu hodnotu **1101011**. Převédeme jej do decimálního kódu:

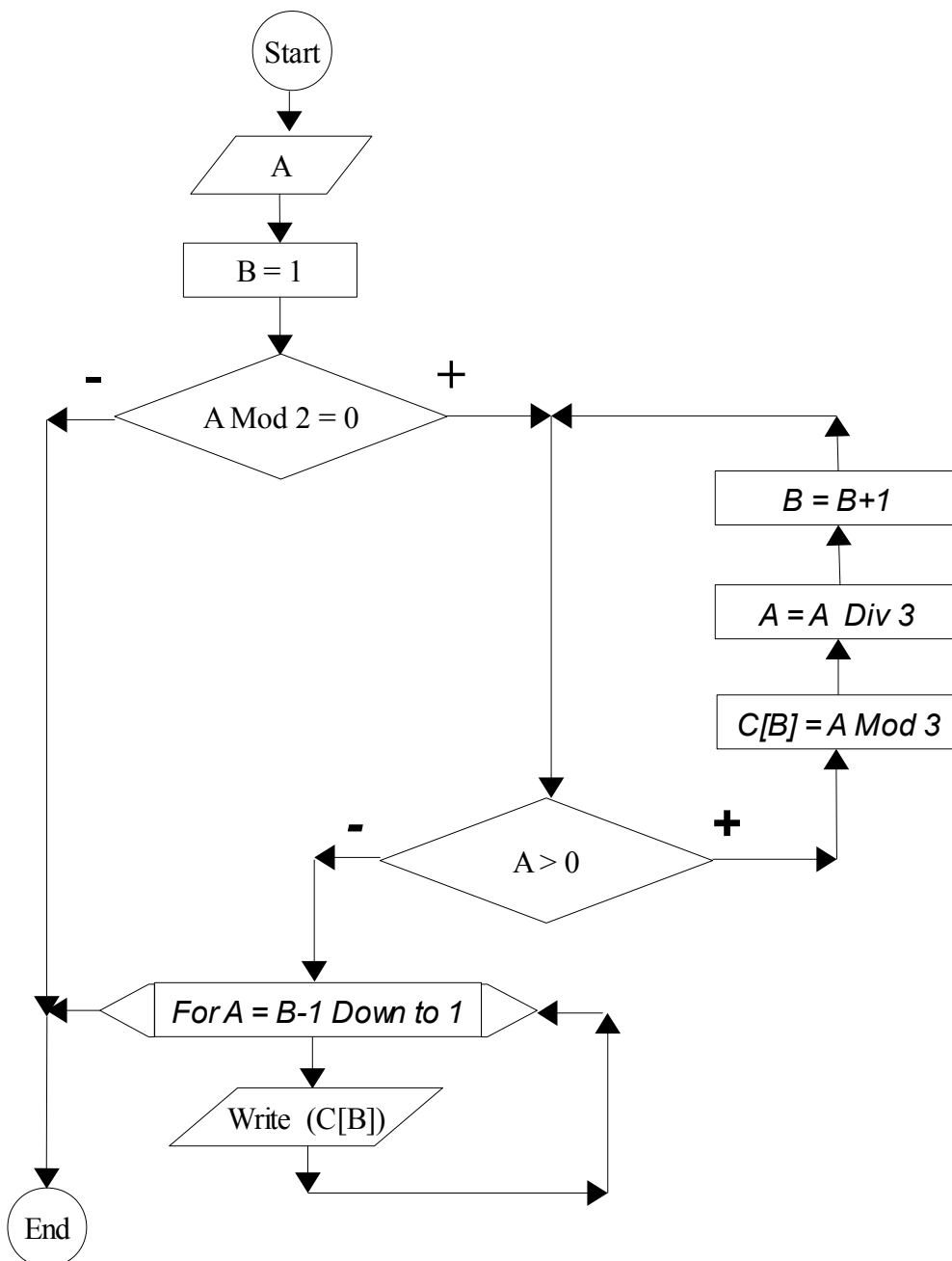
$$1 * 2^6 + 1 * 2^5 + 0 * 2^4 + 1 * 2^3 + 0 * 2^2 + 1 * 2^1 + 1 * 2^0 = 64 + 32 + 0 + 8 + 0 + 2 + 1 = 107$$

Číslo B má v hexadecimálním kódu hodnotu **FF3**. Převédeme jej do decimálního kódu:

$$15 * 16^2 + 15 * 16^1 + 3 * 16^0 = 15 * 256 + 15 * 16 + 3 * 1 = 3840 + 240 + 3 = 4083$$

$$A * B = 107 * 4083 = \mathbf{436881}$$

Příklad 2



Není důležité, aby byl vývojový diagram přesně stejný. Důležité je, aby v něm byly obsaženy správné symboly se správnými operacemi a aby byla zachována sekvence operací!

Symbol cyklu For není úplně přesný – v reálu nemá svíslé čáry (toto schéma je vytvořené v Open Office a tam není symbol obsažen!

Algoritmus převede číslo A do trojkové soustavy.

Příklad 3

```
Program HaHiHa;
  Var A,B : Integer;
  Begin
    A:=0;
    Readln (B);
    While B>0 do Begin
      A:=A + B Mod 10;
      B:=B Div 10;
    end;
    Writeln (A);
  end.
```

Program vytiskne součet číslic čísla B!

Příklad 4

Program vypočte sumu čísel od 1 do N ve vnitřním cyklu a přičte k ní n-krát číslo 2 ve vnějším cyklu :

$$C = N \cdot 2 + \frac{N(N+1)}{2} = N \cdot \left(2 + \frac{N+1}{2}\right) = \frac{N}{2} \cdot (N+5)$$

a) Pro N=20 bude : $C = 20 / 2 \cdot (20 + 5) = 10 \cdot 25 = \mathbf{250}$

b) pro $C > 1000$ bude první N, pro které toto bude pravda:

$$\begin{aligned} 1000 &< (N+5) \cdot N/2 \\ 2000 &< N^2 + 5N \end{aligned}$$

$0 < N^2 + 5N - 2000$ z této nerovnice je první číslo N, které vyhovuje podmínce, rovno **43**.

Příklad 5

Zde se jedná o vyhledání všech variací umístění studentů ve třídě.

Víme, že studentů je o jednoho méně než počítačů. To znamená, že u jednoho počítače nebude sedět žádný student. Také víme, že nemohou na sousedních počítačích pracovat dvě studentky. To znamená, že mezi dvěma studentkami bude pracovat chlapec, nebo počítač bude neobsazen – nebude u něho pracovat nikdo!

Podívejme se systematicky jak budou sedět dívky:

	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6	PC7	PC8	PC9	PC10
1	■		■		■		■			
2	■		■		■			■		
3	■		■		■				■	
4	■		■		■					■
5	■		■			■		■		
6	■		■			■			■	
7	■		■			■				■
8	■		■				■		■	
9	■		■				■			■
10	■		■					■		■
11	■			■		■		■		
12	■			■		■			■	
13	■			■		■				■
14	■			■			■		■	
15	■			■			■			■
16	■			■				■		■
17	■				■		■		■	
18	■				■		■			■
19	■				■			■		■
20	■					■		■		■
21		■		■		■		■		
22		■		■		■			■	
23		■		■		■				■
24		■		■			■		■	
25		■		■			■			■
26		■		■				■		■
27		■			■		■		■	
28		■			■		■			■
29		■			■			■		■
30		■				■		■		■
31			■		■		■		■	
32			■		■		■			■
33			■		■			■		■
34			■			■		■		■
35				■		■		■		■

Máme tedy 35 různých možností, kde budou pracovat dívky tak, aby u žádných sousedních počítačů nebyly dvě dívky.

Samozřejmě stačilo si napsat čtveřice počítačů, spočítat jejich počet a nedělat celou tabulku:

1,3,5,7 1,3,5,8 1,3,5,9 atd.

Toto můžeme také řešit jako kombinační číslo 7 nad 4 = $7! / 4! * 3! = 35$

(z prvního až čtvrtého řádku tabulky je patrné, že dívky mohou být na pozicích PC1, PC3, PC5, PC7, PC8, PC9, PC10 tedy čtveřice na sedmi pozicích)

Nyní si musíme uvědomit, že dívky mohou sedět v pořadí:

ABCD

ABDC

ACBD

ACDB

.....

.....

.....

DCAB

DCBA

Jedná se o permutace a tak budeme mít $4!$ permutací pozice čtyř dívek na čtyřech pozicích (u čtyřech počítačů) = $4.3.2 = 24$

Nyní vynásobíme 35 možností posazení dívek a 24 permutací každé čtveřice dívek :

$$35 * 24 = 840$$

možností, jak u počítačů můžou sedět 4 dívky tak, aby nepracovaly dvě dívky u sousedních počítačů. Nyní ještě musíme vyřešit pozice, kde budou sedět chlapci.

Víme, že máme 5 chlapců u 6 zbylých počítačů. Jeden počítač tedy zůstane bez studenta. Protože bude jen jeden počítač bez studenta můžeme říci, že se zde jedná o permutace $6 = 6! = 720$ možností.

Nyní už zbývá jen vynásobit možnosti dívek a chlapců:

$840 * 720 = 604800$ možností rozmístění studentů v učebně s deseti počítači tak, aby dvě dívky nepracovaly na sousedních počítačích.

Ještě vypočítáme čas, který potřebují studenti aby vyzkoušeli všechny možnosti. Víme že na změnu mají 15 sekund:

$$\mathbf{604800 * 15 = 9072000 \text{ sekund} = 151\ 200 \text{ minut} = 2520 \text{ hodin} = 105 \text{ dní}}$$

Studenti tedy potřebují přesně 105 dní na to, aby vyzkoušeli všechny možné pozice rozmístění u počítačů! (Bez jediné sekundy na jídlo, spánek, odpočinek, nebo na studium informatiky :-)))