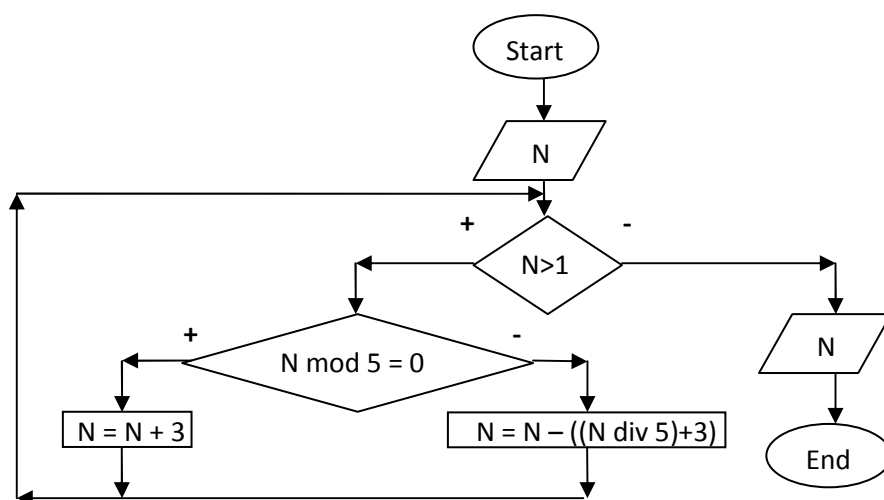


Závěrečná zkouška z informatiky 2012

- 1) Kolik existuje různých čtyřciferných čísel, jejichž ciferný součet je menší než 15 a číslice (cifry, symboly) jsou seřazeny vzestupně (tedy od nejmenší do největší) a žádná číslice se v čísle neopakuje.
(např.: 1234 může být, 1233 nemůže být, 1243 nemůže být, ...)

20 bodů

- 2) Algoritmus je definovaný vývojovým diagramem:
(Pascal : $C := A \text{ Div } B$ \Leftrightarrow Basic: $C = A \setminus B$)



Jakou hodnotu bude mít proměnná N na konci algoritmu, když bude vstupní hodnota N = 55?

25 bodů

- 3) Algoritmus je definovaný následujícími ekvivalentními kódy :

Pascal:

```
Program A;
Var B, C, D, X: Integer;
Begin
  Readln(B);
  X:=0;
  For C:= 1 to B do
    For D:= C to B do
      If (C mod 6 = 0) and (D mod 3 = 1) then X:=X + C + D;
    Writeln(X);
  End.
```

Visual Basic:

```
Private Sub Výpočet
    Dim B, C, D, X as Integer
    B = CInt (TextBox1.Text)
    X = 0
    For C = 1 to B
        For D = C to B
            If (C mod 6 = 0) and (D mod 3 = 1) then X = X + C + D
        Next
    Next
    LabelVýsledek.Text= X
End Sub
```

- a) Jakou výstupní hodnotu bude mít proměnná X na konci procesu, když vstupní hodnota proměnné B bude 30? **20 bodů**
- b) Pro jakou nejmenší vstupní hodnotu proměnné B bude mít výstupní hodnotu proměnná X větší než 1000 ($X > 1000$) ? **15 bodů**
-

- 4) Ve třídě (skupině) je šest chlapců a pět dívek. Třídní učitel potřebuje vybrat z této skupiny dvojici studentů tak, aby ve dvojici byl chlapec a dívka a chlapec byl větší (vyšší) než dívka a křestní jména studentů ve vybrané dvojici nezačínala stejným písmenem.

Chlapci i dívky se změřili (zjistili svoji výšku) a zapsali ji na tabuli:

Chlapci:		Dívky:	
<u>Křestní jméno</u>	<u>Výška</u>	<u>Křestní jméno</u>	<u>Výška</u>
Jaroslav	177 cm	Jana	179 cm
Miroslav	189 cm	Hana	165 cm
Stanislav	165 cm	Dana	155 cm
Ladislav	172 cm	Lada	169 cm
Květoslav	168 cm	Káťa	172 cm
Dobroslav	159 cm		

Když třídní učitel začal přemýšlet o možných dvojicích řekl Jaroslav: Já nikdy nepůjdu s Hanou. Dana řekla: Já nepůjdu se Stanislavem! Kolik různých dvojic mohl třídní učitel za výše popsaných podmínek sestavit? (Dvojice Jaroslav a Jana je samozřejmě stejná jako Jana a Jaroslav)

20 bodů

Řešení úloh

- 1) Číslo je vytvořeno čtyřmi číslicemi a platí :

$$A + B + C + D < 15$$

Úlohu budeme řešit odzadu, tedy od číslice D:

$$D = 9, \quad A < B < C < D, \quad A + B + C < 6 - \text{žádná možnost, protože } 1 + 2 + 3 = 6; 6 \text{ není } < 6$$

$$D = 8, \quad A < B < C < D, \quad A + B + C < 7 - \text{1 možnost, 123, protože } 1 + 2 + 3 = 6$$

$$D = 7, \quad A < B < C < D, \quad A + B + C < 8 - \text{2 možnosti, 123, 124}$$

Zde můžeme použít i kombinatorika: víme, že maximální součet cifer může být 7.

První cifra bude 1, druhá 2 a třetí tedy nejvýše 4. Budeme tvořit trojice ze čtyř cifer.

Protože se cifry nesmí opakovat a musí být vždy jednoznačně seřazeny. Proto se

jedná o kombinace :

$$\binom{4}{3} = \frac{4!}{(4-3)! \cdot 3!} = \frac{4 \cdot 3!}{1 \cdot 3!} = 4$$

Protože ciferný součet musí být menší než 8, musíme možnosti 134, 234 odečíst:

$$4 - 2 = 2$$

$$D = 6, \quad A < B < C < D, \quad A + B + C < 9 - \text{4 možnosti, 123, 124, 125, 134}$$

$$\binom{5}{3} = \frac{5!}{(5-3)! \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{2 \cdot 3!} = 10 \text{ minus možnosti 135, 145, 234, 235, 245, 345} = 4$$

$$D = 5, \quad A < B < C < D, \quad A + B + C < 10 - \text{4 možnosti, protože 123, 124, 134, 234}$$

$$\binom{4}{3} = \frac{4!}{(4-3)! \cdot 3!} = \frac{4 \cdot 3!}{1 \cdot 3!} = 4$$

$$D = 4, \quad A < B < C < D, \quad A + B + C < 11 - \text{1 možnost, 123}$$

Pro nižší D neexistuje řešení, protože není splněna podmínka $A < B < C < D$!

Celkem tedy: 12 možnosti:

1238 - 1237, 1247- 1236, 1246, 1256, 1346 - 1235, 1245, 1345, 2345 – 1234

- 2) Algoritmus můžeme popsat kódem ve Visual Basicu:

N = 55

Do While N > 1

If N mod 5 = 0 then N = N + 3 else N = N - (N \ 5 + 3)

Loop

Tabulka hodnot:

Výsledná hodnota proměnné N je 0.

N : 55; 55+3=58; 58-14=44; 44-11=33; 33-9=24; 24-7=17; 17-6=11; 11-5=6; 6-4=2; 2-3= -1

- 3) Algoritmus má dva cykly, vnější(C) a vnitřní (D). Cyklus C postupně nabývá hodnot od jedné do 30, tedy C se postupně rovná 1, 2, 3, 4 , ..., 28, 29, 30. Vnitřní cyklus se bude postupně opakovat 30 (definováno vnějším cyklem pro C) a v každém následujícím opakování bude počet vnitřních cyklů D o jeden menší. Důležité je si uvědomit, že podmínka je TRUE, kdy je $C \text{ Mod } 6 = 0$ – zajímají nás jen cykly, kdy $C = 6, 12, 18, 24$!!!!

<u>Cykly</u>	<u>(C mod 6 = 0) and (D mod 3 = 1)</u>	<u>F</u>
C = 1 => D = 1 .. 30	False	0
C = 2 => D = 2 .. 30	False	0
C = 3 => D = 3 .. 30	False	0
C = 4 => D = 4 .. 30	False	0
C = 5 => D = 5 .. 30	False	0
C = 6 => D = 6 .. 30	True pro D= 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28 F= $0+6*8+7+10+13+16+19+22+25+28=188$	188
...	F= $0+6*8+8*(7+28)/2=188$	
C = 12 => D = 12 .. 30	True pro D= 13, 16, 19, 22, 25, 28 F= $188+12*6+13+16+19+22+25+28=383$ F= $188+12*6+6*(13+28)/2=383$	383
...		
C = 18 => D = 18 .. 30	True pro D= 19, 22, 25, 28 F= $383+18*4+19+22+25+28=549$	549
...	F= $383+18*4+4*(19+28)/2=549$	
C = 24 => D = 24 .. 30	True pro D= 25, 28 F= $549+24*2+25+28=650$	650
...	F= $549+24*2+2*(25+28)/2=650$	
C = 30 => D = 30 .. 30	False !!!	

a) **650**

b) Z logiky algoritmu je jasné, že požadovaným číslem B bude číslo vyšší než 30 a po jeho dělení třemi bude zbytek roven jedničce (pro cyklus D)! Takovým nejbližším číslem bude číslo 31, ale pro toto číslo ještě výstupní hodnota F nepřekročí číslo 1000 (bude 895). Výsledkem bude až následující číslo, které bude mít po dělení třemi zbytek jedna a to je číslo **34** (X bude 1155)!

Zde si musíme uvědomit, že C (cyklus C) je TRUE pro čísla dělitelná šesti a proto k načítání X dojde pouze když C=30 -> ale pozor, pro C=30 je v cyklu D TRUE pro D=31 a 34 !!!!

- 4)
- | | | |
|-----------|---|------------------------------|
| Jaroslav | : | Dana, Lada, Káťa |
| Miroslav | : | Jana, Hana, Dana, Lada, Káťa |
| Stanislav | : | - |
| Ladislav | : | Hana, Dana |
| Květoslav | : | Hana, Dana |
| Dobroslav | : | - |

Třídní učitel může vytvořit celkem 12 dvojic.