Logika a jazyk

Marie Duží
VŠB-Technická universita Ostrava

Pavel Materna
Filosofický ústav AVČR Praha

Pec pod Sněžkou, 27.-30.8. 2003

Stručná osnova příspěvku

1) **Příklady z výuky matematické (symbolické) logiky**
   a. Výroková logika:
      Implikace – problémy s chápáním: Vyjadřuje jisto podmínku, za které je splněn konsekvent implikace. Nevyjadřuje žádnou příčinnou ani časovou vazbu. Nemůžeme tedy analyzovat implikací např. věty s „protože“, apod. Implikace + *negace* → vazba na modální logiku (při analýze vět v budoucnosti)
   b. Predikátová logika 1. řádu:
      Problémy s interpretací
      Analýza analytických vět o matematice – různé modely ? Teorie
      Vyplývání (obecně – analyticky vs. vyplývání v PL1)
      Kvantifikované věty: Proč $\forall + \supset$, $\exists + \wedge$? (Parmenides)
      $\exists + \supset$:
      Existuje někdo takový, že je-li génius, pak jsou všichni géniové
2) **Principy logické analýzy jazyka na základě Transparentní intensionální logiky (TIL)**
   a. Základy + provokativní otázky, problémy (Referát Bratislava)
   b. Zkušenosti s diplomovou prací (specifikace zadání programátorům)
3) **Logická analýza jazyka (Materna – zkušenosti z výuky)**

Úvod (Duží).
‚Logika a jazyk‘

Výuku logiky způsobem "matematickým" ve stylu ‘definice, věta, důkaz‘ nepovažuji za vhodnou (ani v případě matematiky). Proto věnuji vždy celou první přednášku výkladu:

Co je to Logika? Čím se zabývá? Kde všude nám může logika pomoci? (kniha Františka Gahéra)

- Logické vyplývání a argumentace
- Příklady úsudků
- Logická analýza jazyka (předpokladů a závěru úsudku): nutná podmínka pro korektní argumentaci
- Intuitivní logické myšlení vs. automatizace (formalizace, finitní procedury)
- Tvorba teorií

Výpis úvodu mých textů: http://www.cs.vsb.cz/duzi/ (odkaz Mathematical Logic)

Ad 1) Výroková logika + Predikátová logika 1. řádu (PL1) – zkušenosti z výuky (Duží)

Výklad spojek konjunkce a disjunkce většinou nedělá problémy (i když upozorňuji na to, že ne každé „a" je konjunkce - Jablka a hrušky se pomíchaly, Přišel jsem domů a zatopil). U disjunkce rozlišuji „buď a nebo" (vylučující se) oproti „nebo" (nevylučující se – disjunkce)

Problémy s implikací:

- Věty v přítomnosti a minulosti – vcelku OK, avšak
  „protože", „jelikož" !
  Hokejisté prohráli kvalifikační zápas, proto se vrátili z mistrovství předčasně.
  Prohráli $\supset$ Vrátili ?? **Proč ne:** kdyby neprohráli, byla by věta pravdivá?
  materiální implikace – nezachycuje příčinnou či časovou vazbu
  Jak analyzovat kauzální vazbu?
  V predikátové logice 1. řádu (PL1) to nejde přímo (příklad v TIL: Příčina / $(o\ o_{\tau\omega}\ o_{\tau\omega})_{\tau\omega}$ - empirický vztah mezi propozicemi, ne logický důsledek)
  Proto analyzujeme pomocí *modus ponens*:
  {Prohráli, Prohráli $\supset$ Vrátili} |= Vrátili
- Negace implikace dělá velice často problém. Studenti *negují chybně.* Proto používám příklad se slibem: „Budeš-li hodný, budou pod stromečkem lyže". Přijdou Vánoce a dítě protestuje: „Vždyť jsem byl celý rok hodný a lyže zde nejsou"! Splnila matka uvedený slib?
- Věty v budoucnosti – modalita
  (Nutně) *Jestliže bude zítra 3. sv. válka, zahyne více než 5 miliard lidí*
  V tomto případě, když negujeme, pak netvrdíme, že nutně bude zítra 3.sv. válka:
  Možná bude (i kdyby byla) a nezahyne tolik lidí.
- „Obracení" implikace:
  Pouze zaměstnanci smějí používat výtah $\forall x\ [PV(x) \supset Zam(x)]$
  Všichni zaměstnanci používají výtah $\forall x\ [Zam(x) \supset PV(x)]$
- Při analýze vět v PL1 (převodu z přirozeného jazyka do jazyka PL1) vedu studenty k tomu, aby

používali „zdravý rozum“: Nejprve si musí uvědomit pravdivostní podmínky, které věta vyjadřuje a formulovat tytéž podmínky jinými ekvivalentními způsoby:

Marie má ráda pouze vítěze.
Jestliže má Marie někoho ráda, tak je to vítěz.
Marie nemá ráda nikoho, kdo není vítěz.
Neexistuje nikdo, kdo by nebyl vítěz a Marie jej měla ráda.

Poté všechny tyto formulace převedou do PL1 a provedou kontrolu (pomocí úprav), zda jsou opravdu ekvivalentní.

- Nato formulují úsudky:

Marie má ráda pouze vítěze.
Karel je vítěz.

??? (neplyne, že má ráda Karla)

Marie má ráda pouze vítěze.
Karel není vítěz.

??? (plyne, že Marie nemá ráda Karla)

- V matematice: Nutná a dostačující podmínka (ekvivalence)

Jestliže je číslo dělitelné 6, pak je sudé (sudost čísla je nutnou podmínkou dělitelnosti 6)

Pouze prvočísla mají přesně dva dělitele (Definice? „Pouze a právě jen“)
$\forall x\, [DD(x) \supset Prv(x)]$ vs. $\forall x\, [DD(x) \equiv Prv(x)]$

  - Jestliže je výrok A tautologie, pak vyplývá (sémanticky) z každé množiny předpokladů, tedy i z prázdné množiny:
    $\models A \;\rightarrow\; \forall M\, (M \models A) \;\rightarrow\; \Phi \models A$ — vyplývání z prázdné množiny předpokladů je nutnou podmínkou tautologičnosti výroku
  - Jestliže je formule A dokazatelná (syntakticky) z prázdné množiny předpokladů (speciálních axiomů teorie), pak A je tautologie, za předpokladu *korektnosti* a *konzistence* systému:
    $\Phi \vdash A \;\rightarrow\; \models A$ — kde $\vdash$ je relace důkazové inference v korektním a konzistentním kalkulu

Problémy s interpretací:

- Je formule $\forall x\, [p(f(x)) \vee q(x)]$ pravdivá? — nesmyslný dotaz.
  Dokud nevíš, co znamená, co říká, nemůžeš odpovědět (pokud to není tautologie či kontradikce) .
- Výpis z textů – úvod k interpretaci
- Když už zvládnou to, že např. v prvním příkladě se p interpretuje jako podmnožina universa, kdežto f jako zobrazení z universa do universa, tak další problémy:
- Analytické vs. empirické věty: (Upozorňuji na to, že PL1 je vytvořena pro formalizaci jazyka

matematiky, pro přirozený jazyk – empirické případy – budeme potřebovat logický systém s větší expresivní silou, např. Montagueho logiku, Transparentní intensionální logiku).

Analyzujte v PL^1:
Některá lichá čísla jsou dělitelná dvěma.
$\exists x\ [p(x) \wedge q(x)]$
Úkol: Najděte modely předchozí formule.
Odpověď (studenta !! v písemném testu): „*Věta nemůže být nikdy pravdivá, tedy je to kontradikce a nemůže mít žádný model*“.

Někteří chytří lidé jsou líní.
$\exists x\ [p(x) \wedge q(x)]$
Dotaz (studentů): Jak je to možné, že obě věty mají stejnou analýzu, když ta druhá může být klidně pravdivá ?

– Analytická vs. logická pravdivost
– Analýza jako překlad do nesrozumitelného (neinterpretovaného) jazyka
– Tvorba teorií
– Analytické vs. empirické („okolnosti“)

Problémy s kvantifikátory:

- *Všichni studenti jsou pilní.*
  Někteří studenti nejsou ani nadaní ani pilní.
  Dotazy studentů:
  Proč $\forall + \supset$, $\exists + \wedge$? (vysvětlení pomocí de Morgana: negace)
  Kde se v těch větách vzaly spojky jako konjunkce a implikace?

- $\exists + \supset$: $\exists x\ [p(x) \supset q(x)]$
  Velice slabá podmínka ! („skoro“ tautologie – pokud není p interpretován jako celé universum)
  Existuje někdo takový, že je-li génius, pak jsou všichni géniové – **tautologie**

Vysvětlení: Ano, zde musíme narušit Parmenidův princip: *Věta vypovídá pouze o tom, co je v ní zmíněno.* Ale v PL^1 to jinak nejde, musíme tam ty spojky „vložit“, i když v původní větě nejsou a student tápá, kterou spojku tam dát.

Ad 2) Transparentní intensionální logika TIL

Principy logické analýzy jazyka
Osnova (Duží)

- Proč zde na Technice TIL a principy analýzy jazyka?

    - Zkušenosti z praxe – porozumět uživateli znamená analyzovat jeho výroky v přirozeném jazyce: Konceptuální analýza (módně ontologie)
    - Specifikace problému tak, aby tomu přesně a stejným způsobem rozuměli všichni zúčastnění, tj. zejména:
      – (koncový) uživatel
      – analytik
      – programátor
      Přitom analytik nesmí suplovat práci programátora, ani pouze opakovat nepřesná vyjádření koncového uživatele

– Dokumentace !

- TIL jako specifikační jazyk: Význam = deklarativní specifikace procedury (kterou má provést „blbý“ interpret, příjemce sdělení)

- Analýza jako překlad do umělého (neinterpretovaného) jazyka? (Vazba na PL1):
  Mluvíme v neinterpretovaných formulích?
  Přirozený jazyk - ne
  Vyšší matematika – formalizované teorie: Někdy snad ano, ale používá *sentence* (uzavřené formule), které vyjadřují vlastně jakási schémata matematických struktur (pro všechna individua a funkce, operace, relace – jako volné *proměnné* - platí dané axiómy teorie – hledáme modely). Toto je teorie modelů, ne analýza předpokladů a závěru.
  Proč je systém (kalkul) sémanticky bezesporný (korektní)?
- O čem a jak mluvíme? (Organon Bratislava)
- Omezení PL1
- Expresivní síla TILu vs. možnosti implementace (e-Trium !)
  - Diplomová práce – implementace „jazyka TIL konstrukcí“ v Prologu
  - *de dicto / de re*, rekvizity a typické vlastnosti
  - Analýza nejednoznačných a nesmyslných dotazů

„Nepřesná“ odpověď: „Co nejpodobnější výsledek“

Omezení PL1 můžeme charakterizovat následovně:

a) Neumožňuje analyzovat *zmiňování* funkcí, vlastností a vztahů, tedy neumožňuje analyzovat rozdíl mezi užitím výrazu v supozici *de dicto* a *de re.*
   Možná náprava: Toto omezení by bylo možno překonat přechodem k systémům vyšších řádů – PL*n*. Avšak které *n* by již bylo dostatečně velké a proč se vůbec musíme omezovat na určitý řád?
b) *Extensionální* systémy PL1 neumožňují zachytit rozdíl mezi analytickými a empirickými výrazy, tj. neumožňují adekvátně analyzovat význam *empirických* výrazů, jejichž denotát (označený objekt) se jakoby mění v závislosti na okolnostech a čase.
   Možná náprava: Přechod k *intensionálním* logikám.
c) Klasické systémy PL1 neumožňují analyzovat *modální* a *temporální* závislosti.
   Možná náprava: Přechod k *modálním, temporálním,* či *intensionálním* logikám.
d) *Denotační přístup* k sémantice (významem výrazu je označený objekt bez ohledu na *způsob*, jakým je tento objekt presentován) neumožňuje rozlišit *synonymní* výrazy od *ekvivalentních.* Toto omezení je obzvláště patrné při analýze tzv. „hyper-intensionálních“ kontextů vědění, znalostí a hypotéz, kdy zmiňujeme příslušné logické konstrukce.
   Možná náprava: Přechod k *procedurální (strukturální) sémantice.*
e) *Formalistický* přístup k sémantice neumožňuje poněkud jemné rozlišení mezi representací konstrukce (formule PL1 v podstatě vyjadřuje schéma („označuje“ množinu) konstrukcí) a vlastní konstrukcí.
   Možná náprava: Přechod k *transparentním* logikám.
f) Klasické systémy predikátové logiky neumožňují pracovat s *parciálními funkcemi* a tedy korektně řešit problémy (ne)existence, případně existenční presuposice vět s určitými deskripcemi.
   Možná náprava: Přechod k systémům, které různým způsobem umožňují pracovat s „prázdnými pojmy“ a parcialitou, tedy s termy, které neoznačují žádný objekt.

Vidíme, že od klasické predikátové logiky 1. řádu bychom potřebovali přecházet ke stále bohatším systémům, avšak téměř vždy by nám „něco chybělo“. Ideální logický aparát by přitom měl spojovat všechny užitečné rysy zmíněné výše a umožňovat tak ideální analýzu pokud možno všech zvláštností přirozeného jazyka, a to vše tak říkajíc „pod jednou střechou“, bez nutnosti přecházet do

„metajazyka“. Takového ideálního stavu zřejmě není možno v logice dosáhnout, neboť logika nemůže postihnout např. pragmatické rysy jazyka, jako různé postoje mluvčího, citová zabarvení, básnické metafory, kontextově závislé anafory, apod., tedy při logické analýze přirozeného jazyka musíme počítat s jistou idealizací situace. Uvažujeme jistou podtřídu standardního (např. odborného) jazyka a perfektní lingvistickou kompetenci „zúčastněných“. Neděláme teorii jazyka, učení jazyku, vývoj jazyka, ….

Transparentní intensionální logika (TIL), jejíž autorem a zakladatelem byl Pavel Tichý [Tichý 88], profesor logiky na universitě v Dunedinu, Nový Zéland, je snad nejucelenější systém pro logickou analýzu jazyka, který nemá žádné z výše uvedených omezení. Je to velice expresivní systém, a pokud je nám známo, snad nejvíce vyhovuje výše uvedeným požadavkům. Jeho vysoká expresivní síla je však pochopitelně jistou překážkou vhodné automatizace (pro TIL nemůže pochopitelně existovat úplný kalkul).

Ad 3) Logická analýza jazyka (Materna)

Zkušenost z výuky na

A. Fakultě informatiky

B. Filozofické fakultě

Ad A:

Mohu předpokládat větší pochopení některých principů než např. u matematiků: pojem procedury, která je strukturovaná (komplexní) v *algoritmickém*, nikoli v množinovém či mereologickém smyslu, je dobře pochopitelný, celé pojetí vzbuzuje po několik let trvalý zájem a studenti spolupracují (inteligentní dotazy, originální návrhy, korekce). Vynikající diplomová práce a úspěšně obhájená doktorská disertace (Horák: http://www.fi.muni.cz/~hales/disert/).

V disertaci navržena lepší varianta definice pojmu, vypracován program převádějící výrazy češtiny na příslušné konstrukce ve smyslu TIL.

Zájem o axiomatizaci, byť dílčí.

Univerzálnost ambicí TIL vylučuje axiomatizaci, která by vyčerpala obsah TIL (neúplnost je samozřejmá). Zdůrazňuji, že logika nekončí tam, kde není možná úplná rekurzívní axiomatizace.

Ad B:

Výběrová přednáška vede k výrazné selekci menšiny studentů, kteří se nedají odradit ´aparátem´. Výklad je náročnější, protože nemohu obecně předpokládat matematicko-logické myšlení a některé základní znalosti. Vyžaduji, aby účastníci absolvovali zkoušku z kurzu ´elementární logiky´ (2 semestry), jinak bych se nedostal k podstatným bodům.

Na druhé straně mohu předpokládat zájem o jazyk.

Všichni mí doktorandi z FF MU si zachovali trvalý zájem o problematiku. Jeden je mým nástupcem, druhý pracuje na Akademii výtvarných umění, kde uplatňuje analytickou filozofii s důrazem na LAPJ, třetí je aktivním, ve filozofické komunitě publikujícím pracovníkem Leidenské univerzity (Dán Jespersen), čtvrtý napsal pozoruhodnou bolzanovskou studii.

Literatura:

http://www.phil.muni.cz/fil/logika/til/constructions_duzi_materna.pdf

http://www.phil.muni.cz/fil/logika/til/

http://www.cs.vsb.cz/duzi (odkazy: TIL, *De dicto / de re*, Principles of Logica Analysis)

Pavel Tichý: *The Foundations of Frege's Logic*. De Gruyter, 1988.

Pavel Materna: *Concepts and Objects.* Acta Philosophica Fennica, Vol. 63, 1998.

Pavel Tichý: *Constructions as the Subject Matter of Mathematics.* The Foundational Debate, pp. 175-185, 1995, Kluwer Academic Publisher, Netherlands. W. DePauli-Schimanovich et al. (eds.)