

## Cvičení 04

1. Sestrojte graf funkce:

$$y = 2^{-x} - |2^{-x} - 1|$$

$$y = 2^x - |2^x - 2|$$

$$y = 2^{-|x-1|}$$

$$y = |4 - 2^{-x}|$$

2. Sestrojte graf relace:

$$(y \leq 2^{x-3}) \wedge (y \leq x + 3) \wedge (y \leq 4)$$

3. Sestrojte do jednoho grafu následující relace:

$$(x + 2)^2 + (y + 1)^2 \leq 4$$

$$(|x| \leq 1) \wedge (y = 1 + \sqrt{|x|})$$

$$(|x - 1| \leq 1) \wedge (y = -2 + \sqrt{|x - 1|})$$

$$(|x - 2| \leq 1) \wedge (y = \sqrt{|x - 2|})$$

$$\left(\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{9}{2}\right) \wedge (y \leq -1 - |x - 4|)$$

4. Řešte rovnice:

$$2^{3x} \cdot 7^{x-2} = 4 \cdot 4^x$$

$$9^{\sqrt{x+2}} = 27 \cdot 3^{\sqrt{x+2}}$$

$$\frac{3^{x^2}}{3^{3x-6}} = 9^{2x-3}$$

$$9 \cdot 27^{2(x-1)} = 81^x$$

$$5 \cdot 4^{x+1} - 4^{x+2} = 4^{x-1} + 240$$

$$\frac{5^{x^2}}{25^{x+5}} = 25^3 \cdot 5^{4x}$$

5. Řešte nerovnice:

$$8 < 8^{|x-5|} < 512$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{3x^2-1}{2}} \leq \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{x^2-1}{3}}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} + \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} \leq 3$$

$$\frac{1}{4^x} + \frac{1}{2^x} \geq 20$$

6. Řešte soustavy rovnic:

$$\begin{cases} 3 \cdot 2^x + 2 \cdot 3^y = \frac{11}{4} \\ 2^x - 3^y = -\frac{3}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8^{2x+1} = 32 \cdot 2^{4y-1} \\ 5 \cdot 5^{x-y} = \sqrt{25^{2y+1}} \end{cases}$$

7. Pro které pětimístné číslo platí, že dáme-li jedničku před něj, dostaneme číslo třikrát menší, než dáme-li jedničku za něj?

8. Kolik existuje přirozených čísel menších nebo rovnajících se 100, která nejsou dělitelná žádným z čísel 2, 3, 5?