

Cvičení 09

1. Rozhodněte, co je větší a nerovnosti dokažte bez použití výpočetní techniky.

(a) $\sqrt{3} \text{ ?? } \sqrt[3]{4}$

(c) $8! \text{ ?? } 3^8$

(b) $0,1^{10} \text{ ?? } 0,3^{20}$

(d) $\sqrt{10} \text{ ?? } \sqrt{2} + \sqrt{3}$

2. Řešte rovnici pro $n \in \mathbb{N}$

$$\frac{(n+1)!}{(n-1)!} - 2 \cdot \binom{n}{n-2} = \frac{n^2 + 3n}{2}$$

3. V restauraci stojí v řadě třináct stolů. Nad ně se má umístit devět slunečnicků tak, aby byly symetricky podle prostředního stolku. Kolik je možností?
4. Je dáno 8 bílých a 9 červených kostek, kostky každé barvy jsou nerozlišitelné. Určete kolika způsoby je můžeme seřadit vedle sebe tak, že žádné dvě bílé kostky nesousedí.
5. Je dáno 8 bílých a 4 červené kostky, kostky každé barvy jsou nerozlišitelné. Kolika způsoby můžeme kostky seřadit, když chceme, aby řada byla symetrická podle středu?
6. Na soukromé železniční trati se zvětšil počet zastávek. Na této trati se prodávaly jízdenky vždy z konkrétní stanice do jiné konkrétní stanice (nezapomeňte na zpáteční). Proto muselo být natištěno 46 nových druhů jízdenek. Kolik bylo původně stanic a kolik je jich teď?
7. Určete počet všech trojúhelníků, jejichž jeden vrchol leží ve středu pravidelného osmiúhelníku a zbývající vrcholy ve vrcholech tohoto osmiúhelníku.
8. V cestovní kanceláři pracuje několik průvodců. Každý z nich ovládá dva cizí jazyky. Každým z těchto jazyků mluví přesně tři průvodci. Každou z možných kombinací dvou cizích jazyků mluví jeden průvodce. Kolik pracuje v cestovní kanceláři průvodců a kolika cizími jazyky celkem mluví?
9. Z města A vede do města B pět různých cyklistických stezek. Z města B do města C tři stezky. Chceme uskutečnit výlet vedoucí z A do C přes B a zpět a zároveň právě po jedné z těchto cest jet dvakrát. Kolika způsoby můžeme naplánovat výlet?
10. Kolika způsoby lze rozestavit 5 Srbů a 7 Albánců do řady tak, že žádní 2 Srbové nestojí vedle sebe?
11. V senátu zasedá 100 senátorů, po 2 z každého z 50 států. Kolika způsoby lze zvolit 4-členný výbor tak, aby v něm nebyli 2 senátoři z téhož státu?
12. V cukrárně prodávají tři druhy zákusků - větrníky, kremrole a punčové řezy. Kolika způsoby lze koupit 12 zákusků tak, aby se od každého druhu koupily aspoň 2 zákusky a přitom nejvýše tři kremrole?