

## Cvičení 15

1. Jaká je vzdálenost středu elipsy

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

od té její tečny, která je rovnoběžná se spojnicí hlavního a vedlejšího vrcholu elipsy?

2. Určete rovnice všech parabol, které mají vrchol ve středu elipsy  $9x^2 + 25y^2 = 225$  a mají s elipsou společné ohnisko. Určete průsečíky dané elipsy a jedné paraboly.
3. Určete množinu všech bodů v rovině, které mají od přímky  $p : x = 8$  třikrát větší vzdálenost než vzdálenost od bodu  $K[0, 4]$ .
4. Určete číslo  $k \in \mathfrak{R}$  tak, aby přímka  $y = kx - 5$  měla s parabolou  $x^2 - 4x - 2y + 6 = 0$  právě jeden společný bod.
5. Určete rovnici kružnice o nejmenším možném poloměru, která má střed na parabole  $y^2 = 18x$  a dotýká se přímky  $3x - 4y + 69 = 0$ .
6. Přímka  $q$  prochází body  $A[-2, 0]$  a  $B[1, 3]$  a protne parabolu  $p : y = (x - 1)^2 + 1$  ve dvou bodech. Vypočítejte obsah trojúhelníka, který je tvořen těmito dvěma průsečíky a vrcholem paraboly.
7. Je dána kružnice  $k : x^2 + y^2 - 16 = 0$  a parabola, která má vrchol  $V[-4, 0]$  a ohnisko  $F[-\frac{15}{4}, 0]$ . Určete společné body kružnice a paraboly a plochu obrazce tvořeného těmito body.
8. Je dána hyperbola  $x^2 - 4y^2 + 6x + 32y - 155 = 0$ . Určete rovnice jejích asymptot a vypočítejte obsah a obvod trojúhelníka ohraničeného těmito asymptotami a tečnou hyperboly v jejím vrcholu.
9. Určete rovnice tečen hyperboly  $xy = 2$  a kružnice  $x^2 + y^2 = 4$  v jejich společných bodech.
10. Úsečka délky 3 se pohybuje jedním koncovým bodem po ose  $x$  a druhým po ose  $y$ . Určete křivku, po které se pohybuje střed úsečky.
11. Do paraboly  $y = 4x^2$  je vepsán čtverec  $ABCD$  tak, že vrchol čtverce  $A$  je totožný s vrcholem paraboly, vrchol  $C$  leží na ose paraboly a body  $B, D$  leží na parabole. Vypočítejte souřadnice bodů  $A, B, C$  a  $D$ .