

## Semestrální zkouška z matematiky 2012

---

### A

1. Usměrněte zlomek:  $\frac{|2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}|}{|\sqrt{2} - \sqrt{3}|} =$
2. Výraz:  $\left(\frac{c-d}{c+d} - \frac{c+d}{c-d}\right) : \left(\frac{2d-c}{d-c} - 1\right) =$ 
  - a) zjednodušte
  - b) určete podmínky, kdy má výraz smysl
  - c) určete hodnotu výrazu pro  $c = \frac{1}{2}$ ,  $d = -\frac{1}{3}$
3. Pro  $x \in \mathbb{R}$  řešte nerovnici:  $-1 \leq \frac{x}{2x+1}$ .
4. Pro  $x \in \mathbb{R}$  řešte rovnici:  $3\sqrt{x^2-1} = x-1$
5. Pro  $x \in \mathbb{R}$  řešte nerovnici:  $|2x+1| - |3-x| \leq 1$
6. Řešte pro  $x, y, z \in \mathbb{R}$  soustavu
$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + 2z = 17 \\ y + z = 6 \end{cases}$$
7. Určete parametr  $m \in \mathbb{R}$  tak, aby pro kořeny rovnice  $9x^2 - 18mx - 8m + 16 = 0$  platilo  $x_1 = 2x_2$
8. Dva vklady, ze kterých jeden má úrok 2 % a druhý na 3 %, vynesly za rok 660 Kč úroků. Když se úroky vymění, vynesou za rok o 70 Kč méně. Určete výši každého vkladu.
9. Do bazénu vedou dva přívody. Když jsou otevřeny oba přívody, bazén se naplní vodou za 6 hodin. Jedním z nich se bazén naplní o 5 hodin dříve než druhým. Za jak dlouho se bazén naplní, když otevřeme jen výkonnější přívod?
10. Ze dvou druhů kávy v cenách 240 Kč/kg a 320 Kč/kg se má připravit 100 kg směsi v ceně 300 Kč/kg. Kolik kilogramů každého druhu kávy bude třeba smíchat?

## Semestrální zkouška z matematiky 2012

---

### B

1. Usměrněte zlomek:  $\frac{|5\sqrt{3} - 3\sqrt{5}|}{|\sqrt{3} - \sqrt{5}|} =$
2. Výraz:  $\left(\frac{a+b}{a} + \frac{a+b}{b}\right) : \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right) =$ 
  - a) zjednodušte
  - b) určete podmínky, kdy má výraz smysl
  - c) určete hodnotu výrazu pro  $a = \frac{1}{2}$ ,  $b = -\frac{1}{3}$
3. Pro  $x \in \mathbb{R}$  řešte rovnici:  $2\sqrt{x^2 - 4} = x - 2$
4. Pro  $x \in \mathbb{R}$  řešte nerovnici:  $\frac{x}{2x+1} \leq 1$ .
5. Pro  $x \in \mathbb{R}$  řešte nerovnici:  $|2x - 1| + |5 - x| \leq 7$
6. Řešte pro  $x, y, z \in \mathbb{R}$  soustavu
$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ 3x + 2z = 11 \\ 3y + 4z = 10 \end{cases}$$
7. Určete parametr  $m \in \mathbb{R}$  tak, aby pro kořeny rovnice  $x^2 + (2 - m)x + m = 0$  platilo  $x_1 = 2x_2$
8. Součet dvou čísel je 75. Zvětší-li se jedno o 30 %, zvětší se jejich součet o pětinu. Určete obě čísla
9. Jana měla vypočítat 70 úloh. Když denně vypočítá o dvě úlohy více, než si naplánovala, skončí o 4 dny dříve. Za kolik dní chtěla původně všechny úlohy vypočítat?
10. Vstupné na divadelní představení je 50 Kč pro dospělé a 30 Kč pro děti. Kolik dospělých a kolik dětí navštívilo představení, jestliže divadlo proddlo 450 vstupenek a na vstupném vybralo celkem 17 100 Kč?

## Semestrální zkouška z matematiky 2012

### C

1. Usměrněte zlomek:  $\frac{|1 - 2\sqrt{2}| - |\sqrt{2} - 1|}{|\sqrt{2} + 1|} =$

2. Výraz:  $\left(\frac{2x}{y} - \frac{2y}{x}\right) : \left(\frac{y}{x^2 - xy} - \frac{x}{xy - y^2}\right) =$

a) zjednodušte

b) určete podmínky, kdy má výraz smysl

c) určete hodnotu výrazu pro  $x = \frac{1}{2}$ ,  $y = -\frac{1}{3}$

3. Řešte pro  $x \in \mathbb{R}$  rovnici:

$$\frac{1}{\frac{x-1}{x^2-x}} = x$$

4. Řešte pro  $x \in \mathbb{R}$  rovnici:  $x^2 - 4|x| - 3 = 0$

5. Řešte pro  $x \in \mathbb{R}$  nerovnici:  $\frac{2-x^2}{x+1} \geq 2$ .

6. Řešte pro  $x \in \mathbb{R}$  rovnici:  $\sqrt{2x-4} - \sqrt{x+5} = 1$

7. Je dána soustava dvou rovnic s parametrem  $m \in \mathbb{R}$ .

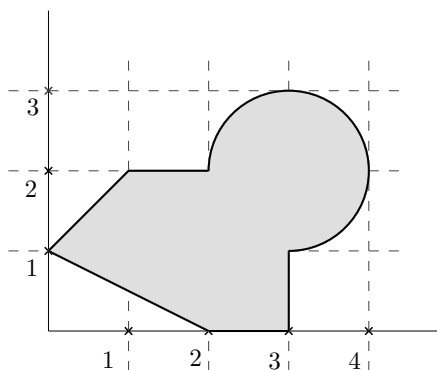
$$\begin{cases} x + y = 2 + m \\ 2x - 3y = m \end{cases}$$

Určete, pro které hodnoty parametru platí  $x > 0 \wedge y > 0$ .

8. Z města A vyjely současně motocykl a auto do města B. Vzdálenost  $|AB| = 76$  km. Určete průměrnou rychlost auta i motocyklu, když víte, že motocykl přijel do B o 40 minut dříve než auto a rozdíl jejich rychlostí je 19 km/h.

9. Vypočítejte obsah obarvené plochy na obrázku 1.

10. Z 15-ti studentů v Kartouze jich 14 pilo pivo nebo vodku. 10 studentů pilo nejvýše jeden druh alkoholického nápoje. Studentů, kteří pili vodu, bylo o 3 více než studentů, kteří pili pivo. Kolik studentů pilo jenom pivo?



Obrázek 1

## Semestrální zkouška z matematiky 2012

---

D

1. Usměrněte zlomek:  $\frac{|1 - 4\sqrt{3}| - |\sqrt{3} - 1|}{|\sqrt{5} - \sqrt{2}|} =$

2. Výraz:  $\left(\frac{3}{x^2 - xy} - \frac{3}{y^2 - xy}\right) : \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right) =$

a) zjednodušte

b) určete podmínky, kdy má výraz smysl

c) určete hodnotu výrazu pro  $x = \frac{1}{2}$ ,  $y = -\frac{1}{3}$

3. Řešte pro  $x \in \mathbb{R}$  rovnici:

$$\frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2 + |x - 2|} = 0$$

4. Řešte pro  $x \in \mathbb{R}$  rovnici:  $x \cdot |x| - 3x + 2 = 0$

5. Řešte pro  $x \in \mathbb{R}$  nerovnici:  $\frac{x^2 - 1}{2x - 1} \geq 1$ .

6. Řešte pro  $x \in \mathbb{R}$  rovnici:  $\sqrt{3x + 1} - \sqrt{x + 4} = 1$

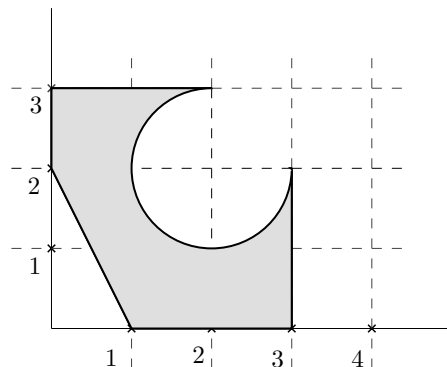
7. Je dána soustava dvou rovnic s parametrem  $k \in \mathbb{R}$ .

$$\begin{cases} x + 2y = k \\ 2x + y = 1 - k \end{cases}$$

Určete, pro které hodnoty parametru platí  $x > 0 \wedge y < 0$ .

8. Za dvě hodiny ujede osobní auto o 100 km více než nákladní auto. Vzdálenost 72 km ujede osobní auto za dobu o 1 hodinu kratší než nákladní auto. Určete rychlost obou vozidel.

9. Vypočítejte obsah obarvené plochy na obrázku 1.



Obrázek 1

10. 50 studentů dělalo zkoušky z matematiky a z fyziky. Aspoň jednu z obou zkoušek udělalo 44 studentů. Matematiku neudělalo 19 studentů. 39 studentů udělalo právě jednu zkoušku. Kolik studentů udělalo obě zkoušky?