

# Závěrečná zkouška z matematiky 2006

---

## A

1. Určete definiční obor funkce

$$(a) y = \sqrt{\frac{1}{|x+1| - 3}} \qquad (b) y = \sqrt{\log(x^2 - 1)}.$$

2. Je dána funkce  $f : y = x^2 + bx + c$ . Určete konstanty  $b, c \in \mathbb{R}$  tak, aby funkce procházela body  $[0; 3]$  a  $[8; 3]$ .
3. Je dána funkce  $f : y = \frac{2x}{x+3}$ . Napište rovnici inverzní funkce  $f^{-1}$ .
4. V množině  $\mathbb{R}$  řešte rovnici:  $16^{x^2+x+4} = 32^{x^2+2x}$
5. V množině  $\mathbb{R}$  řešte rovnici:

$$\log_2 \left[ \sin \left( \frac{x}{2} + 1 \right) \right] = -1$$

6. Kolik existuje trojčiferných čísel, která můžeme zapsat použitím cifer  $\{0,1,2,3\}$  a která mají všechny cifry různé?
7. Komplexní číslo  $z_1 = \frac{-4 + 7i}{1 + 2i}$  vyjádřete v algebraickém tvaru. Napište aspoň jednu kvadratickou rovnici s reálnými koeficienty, která má jeden z kořenů roven  $z_1$
8. Kolik přirozených čísel od 1 do 1000 je dělitelných dvanácti?
9. Je dána funkce  $f(x) = \log_4(x^2 + \frac{1}{4})$ . Body  $A, B$  a  $C$  jsou průsečíky funkce s osami souřadnic. Vypočítejte obsah trojúhelníka  $ABC$ .
10. Jaká je vzdálenost průsečíku přímek

$$\begin{cases} p : 2x + 3y = 3 \\ q : 3x - 5y = 14 \end{cases}$$

od středu kružnice  $k : x^2 + y^2 + 4y + 1 = 20$ ?

B

1. Určete definiční obor funkce

$$(a) \ y = \sqrt{\frac{1}{|x+3|-5}} \qquad (b) \ y = \sqrt{\log(x^2-4)}.$$

2. Je dána funkce  $f : y = ax^2 - x + c$ . Určete konstanty  $a, c \in \mathbb{R}$  tak, aby funkce procházela body  $[0; 3]$  a  $[4; 3]$ .
3. Je dána funkce  $f : y = \frac{3x}{x+2}$ . Napište rovnici inverzní funkce  $f^{-1}$ .
4. V množině  $\mathbb{R}$  řešte rovnici:  $16^{(x^2+3x-1)} = 8^{(x^2+3x+2)}$
5. V množině  $\mathbb{R}$  řešte rovnici:

$$\log_2 \left[ \cos \left( \frac{x}{2} - 1 \right) \right] = -1$$

6. Kolik existuje lichých trojčiferných čísel, která můžeme zapsat použitím cifer  $\{1, 2, 3, 5\}$  a která mají všechny cifry různé?
7. Komplexní číslo  $z_1 = \frac{-7-9i}{1-3i}$  vyjádřete v algebraickém tvaru. Napište aspoň jednu kvadratickou rovnici s reálnými koeficienty, která má jeden z kořenů roven  $z_1$
8. Kolik přirozených čísel od 1 do 1000 je dělitelných patnácti?
9. Je dána funkce  $f(x) = \log_3(x^2 + \frac{1}{9})$ . Body  $A, B$  a  $C$  jsou průsečíky funkce s osami souřadnic. Vypočítejte obsah trojúhelníka  $ABC$ .
10. Jaká je vzdálenost průsečíku přímek

$$\begin{cases} p : 2x - 3y = 3 \\ q : x + 2y = 5 \end{cases}$$

od středu kružnice  $k : x^2 + y^2 + 4x + 3 = 20$ ?

C

1. Určete definiční obor funkce

(a)  $y = \sqrt{|x+3| - 5}$

(b)  $y = \frac{1}{\sqrt{\log(x^2 - 4)}}$

2. Je dána funkce  $f : y = ax^2 + x + c$ . Určete konstanty  $a, c \in \mathbb{R}$  tak, aby funkce procházela body  $[0; 4]$  a  $[\frac{1}{3}; 4]$ .
3. Je dána funkce  $f : y = \frac{3x - 5}{2x + 1}$ . Napište rovnici inverzní funkce  $f^{-1}$ .
4. V množině  $\mathbb{R}$  řešte rovnici:  $14e^{-x} - e^x = 5$
5. V množině  $\mathbb{R}$  řešte rovnici:

$$\log_2 \left[ \cos \left( \frac{x}{2} + 1 \right) \right] = -\frac{1}{2}$$

6. Kolik existuje lichých trojčiferných čísel, která můžeme zapsat použitím cifer  $\{0, 1, 2, 3\}$  a která mají všechny cifry různé?
7. Komplexní číslo  $z_1 = \frac{2i^7}{i^4 + i^5}$  vyjádřete v algebraickém tvaru. Napište aspoň jednu kvadratickou rovnici s reálnými koeficienty, která má jeden z kořenů roven  $z_1$
8. Mezi čísla  $\frac{1}{4}$  a  $\frac{1}{2}$  vložíme tři další čísla tak, aby těchto pět čísel tvořilo aritmetickou posloupnost. Najděte diferenci posloupnosti. Vypočítejte součet tří vložených čísel.
9. Je dána funkce  $f(x) = \log_{\frac{1}{3}}(x^2 + \frac{1}{9})$ . Body  $A, B$  a  $C$  jsou průsečíky funkce s osami souřadnic. Vypočítejte obsah trojúhelníka  $ABC$ .
10. Jaká je vzdálenost průsečíku přímek

$$\begin{cases} p : x - 2y + 1 = 0 \\ q : 3x - y + 3 = 0 \end{cases}$$

od středu elipsy  $e : 4x^2 + 9y^2 + 8x + 36y + 10 = 6?$

D

1. Určete definiční obor funkce

(a)  $y = \sqrt{|x+1| - 3}$

(b)  $y = \frac{1}{\sqrt{\log(x^2 - 1)}}$

2. Je dána funkce  $f : y = x^2 - bx + c$ . Určete konstanty  $b, c \in \mathbb{R}$  tak, aby funkce procházela body  $[0; 3]$  a  $[5; 3]$ .

3. Je dána funkce  $f : y = \frac{2x+1}{3x-5}$ . Napište rovnici inverzní funkce  $f^{-1}$ .

4. V množině  $\mathbb{R}$  řešte rovnici:  $2 = e^x - 15e^{-x}$

5. V množině  $\mathbb{R}$  řešte rovnici:

$$\log_2 \left[ \sin \left( \frac{x}{2} - 1 \right) \right] = -\frac{1}{2}$$

6. Kolik existuje lichých trojčiferných čísel, která můžeme zapsat použitím cifer  $\{0,1,2,3,4\}$  a která mají všechny cifry různé?

7. Komplexní číslo  $z_1 = \frac{i^{12} + i}{i^{13}}$  vyjádřete v algebraickém tvaru. Napište aspoň jednu kvadratickou rovnici s reálnými koeficienty, která má jeden z kořenů roven  $z_1$

8. Mezi čísla  $\frac{1}{6}$  a  $\frac{2}{3}$  vložíme tři další čísla tak, aby těchto pět čísel tvořilo aritmetickou posloupnost. Najděte diferenci posloupnosti. Vypočítejte součet tří vložených čísel.

9. Je dána funkce  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + \frac{1}{4})$ . Body  $A, B$  a  $C$  jsou průsečíky funkce s osami souřadnic. Vypočítejte obsah trojúhelníka  $ABC$ .

10. Jaká je vzdálenost průsečíku přímek

$$\begin{cases} p : 2x + y = -1 \\ q : 3x - 2y = 9 \end{cases}$$

od středu elipsy  $e : 3x^2 + 5y^2 - 12x + 10y + 5 = 3$ ?