

## Rozklad kvadratického trojčlenu

---

V následujícím textu pracujeme v množině reálných čísel.

**Kvadratický trojčlen** je mnohočlen ve tvaru

$$ax^2 + bx + c.$$

V nejjednodušším případě je  $a = 1$  a mnohočlen má tvar

$$x^2 + bx + c$$

Tento mnohočlen chceme zapsat ve tvaru

$$(x + m)(x + n).$$

Roznásobením dostaneme:

$$x^2 + (m + n)x + mn.$$

Porovnáním těchto dvou výrazů zjistíme, že

$$c = mn \quad \wedge \quad b = m + n$$

**Příklad:** rozložte v součin  $x^2 + 5x + 6$ .

Postup je takový, že hledáme dvě čísla, jejichž součin je 6 a součet je 5. Číslo  $6 = 1 \times 6$  nebo  $6 = 2 \times 3$ . Vidíme, že první možnost nevyhovuje ( $6 + 1 \neq 5$ ). Je tedy

$$x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3).$$

Správnost můžeme zkontrolovat zpětným roznásobením.

**Příklad:** rozložte v součin  $x^2 - 7x + 6$ .

Hledáme dvě čísla, jejichž součin je 6 a součet je  $-7$ . Protože  $6 = (-1) \times (-6)$ , můžeme psát

$$x^2 - 7x + 6 = (x - 1)(x - 6).$$

Ve složitějších případech je  $a \neq 1$ . V tomto případě vypočítáme součin  $ac$  a hledáme dělitele tohoto součinu takové, že jejich součet je  $b$ .

**Příklad:** rozložte v součin  $2x^2 + x - 6$ .

$ac = 2 \times (-6) = -12$ . Hledáme dvě čísla, jejichž součin je  $-12$  a součet je 1. Tomu vyhovují čísla 4 a  $-3$ . Nyní napíšeme:

$$2x^2 + x - 6 = 2x^2 + 4x - 3x - 6 = 2x(x + 2) - 3(x + 2) = (2x - 3)(x + 2).$$

## *Rozklad kvadratického trojčlenu*

---

**Příklad:** rozložte v součin  $4x^2 - 19x + 12$ .

$4 \times 12 = 48 = (-3) \times (-16)$  a současně  $-3 - 16 = -19$ . Můžeme tedy psát

$$4x^2 - 19x + 12 = 4x^2 - 16x - 3x + 12 = 4x(x - 4) - 3(x - 4) = (4x - 3)(x - 4).$$

**Příklad:** rozložte v součin  $6x^2 + xy - 12y^2$ .

Postup je stejný:  $6 \times (-12)y^2 = -72y^2 = (9y)(-8y)$  a současně  $9y - 8y = y$ .

Můžeme tedy psát:

$$6x^2 + xy - 12y^2 = 6x^2 - 8xy + 9xy - 12y^2 = 2x(3x - 4y) + 3y(3x - 4y) = (2x + 3y)(3x - 4y).$$

**Příklad:** rozložte v součin  $x^4 - 2x^2 - 8$ .

Tento výraz není kvadratický trojčlen, ale vhodnou substitucí ( $y = x^2$ ) ho na něj můžeme převést.

$$y^2 - 2y - 8 = (y - 4)(y + 2) = (x^2 - 4)(x^2 + 2) = (x - 2)(x + 2)(x^2 + 2).$$