Závěrečná zkouška z matematiky 2013

T – B

1. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte rovnici: $\log_3 96 - \log_3(1-x) = \log_3(5-x) + 1$. $[x = -3]$

2. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte nerovnici: $\log(x^2 + 4x) \leq \log x + \log 7$. $[x \in (0; 3\rangle]$

3. Napiště všechna řešení rovnice $\sin^2 x + \sin|x| = 0$, která leží v intervalu $\langle -2\pi; \pi\rangle$. $[\{-2\pi, -\frac{3\pi}{2}, -\pi, 0, \pi, \}]$

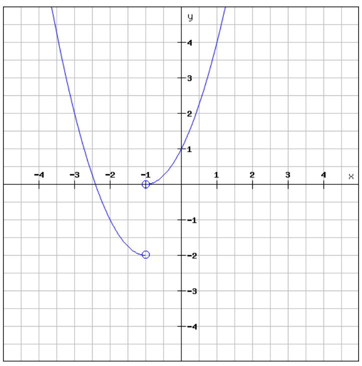
4. Určete definiční obor funkce $f : y = \sqrt{4 - 2^x - 3 \cdot 2^{-x}} + \sqrt{x - \dfrac{2x^2 - 8x}{x - 7}}$. $[D_f = \{0\} \cup \langle 1; \log_2 3\rangle]$

5. V aritmetické posloupnosti je součet $a_4 + a_6 = 16$. Určete součet prvních devíti členů posloupnosti. $[S_9 = 72]$

6. Určete počet všech celých čísel x, $2000 < x < 9000$, ve kterých se žádná číslice neopakuje. [3528]

7. Určete $n \in \mathbb{N}$ tak, aby 5. člen binomického rozvoje výrazu $(\frac{1}{\sqrt{x}} - 2\sqrt{x})^n$ byl absolutní člen. Určete i tento absolutní člen. Kombinační čísla nevyčíslujte. $[n = 8,\ A_4 = \binom{8}{4} \cdot 16]$

8. Je dána funkce $y = x^2 + 2x + \dfrac{|x+1|}{x+1}$. Určete její definiční obor a na přiložený papír nakreslete její graf. $[D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\}]$



9. Pro komplexně sdružená čísla z, $\bar{z}$ platí

$$z + \bar{z} = 2 \qquad \wedge \qquad z - \bar{z} = -2\sqrt{3}i.$$

Zapište číslo z v goniometrickém tvaru. $[z = 2(\cos\frac{5\pi}{3} + i \sin\frac{5\pi}{3})]$

10. Určete vzdálenost průsečíků přímky $p : x - y + 1 = 0$ a elipsy $\mathcal{E} : x^2 + 4y^2 = 16$. $[\frac{4}{5}\sqrt{38}]$