Po části, u níž jsme minule skončili, vysvětluje Smoryński Hilbertovu logiku. Jazyk Hilbertovy logiky obsahoval pouze negaci a implikační šipku, a ostatní logické spojky byly definovány ekvivalencí na tyto dvě. Samotné proměnné používal Hilbert jak pro formule, tak pro čísla. Přitom proměnné zastupující formule umožňovaly místo schémat vyslovovat axiomy jen jako sentence.

Mimologickými symboly byly v Hilbertově prvotním systému 0 bez pruhu nad sebou, funkce následníka značená operátorem tečky, čili +1, a funkce předchůdce delta. A jediným odvozovacím pravidlem byl MP. Systém měl 10 axiomů rozdělených do 4 skupin, a to

za prvé axiomy 1 až 4 o důsledku,
za druhé axiomy 5 a 6 o negaci, přičemž 6ka je Hilbertovou formulací zákona o vyloučení třetího,
za třetí axiomy 7 a 8 o rovnosti, a konečně
za čtvrté axiomy 9 a 10 o číslech

Axiomy jsou značeny A1 až A10 a lze je číst následovně

A1. $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
A2. $(A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow (A \rightarrow B)$
tedy počáteční zdvojený předpoklad lze vyhodit
A3. $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow (B \rightarrow (A \rightarrow C))$
čili vlastně prohození dvou antecedentů implikace
A4. $(B \rightarrow C) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$
v podstatě řez
A5. $A \rightarrow (\neg A \rightarrow B)$
ze sporu plyne cokoli
A6. $(A \rightarrow B) \rightarrow ((\neg A \rightarrow B) \rightarrow B)$
důkaz projitím obou možných variant, čili jsme-li schopni něco dokázat za nějakého předpokladu, i za předpokladu přesně opačného, pak takové tvrzení platí i bez předpokladů
$\neg\rightarrow$
jen pro úplnost, dnešní zápis
$\phi \vee \neg\phi$ je pro Hilberta vlastně zkratka za
$\neg\phi \rightarrow \neg\phi$, protože disjunkce mezi základní symboly nepatří
A7. $a=a$
proměnná malé a se rovná sama sobě
A8. $a=b \rightarrow (A(a) \rightarrow A(b))$
pokud se proměnné a, b rovnají, pak platí-li o a nějaké tvrzení, platí též o b
to hodně připomíná dnešní axiomy o rovnosti, reflexivita byl 7. axiom, tranzitivitu bychom dostali za pomoci 8. a7., protože když platí vlastnost „=c“ o b, pak protože „a=b“, tak platí i táž vlastnost „=c“ i o a, čili a=c, a symetrii bychom zas dostali věřím z reflexivity a tranzitivity a ze zákona o vyloučení třetího
A9. $\neg(a + 1=0)$
0 není následníkem ničeho
A10. $\delta(a+1)=a$.
předchůdce následníka čísla a je rovný původnímu číslu a

Tento fragment aritmetiky je neúplný, Hilbert přehlédl mimo jiné axiom
$\neg a = 0 \rightarrow \delta(a) + 1 =a$,
ale k finitaristické aritmetice toho chybělo více.

Aby Hilbert dostal svou metamatematickou aritmetiku, řekl, že je nutné přidat rekurzi a intuitivní indukci, což bylo bezkvantifikátorově zapsané jako odvozovací pravidlo
$A(0) + A(a) \rightarrow A(a+1) / A(b)$.

V době Lipské přednášky musela Hilbertova představa rekurze, a tedy finitarismu, znamenat, že k finitaristické aritmetice se vedle indukce přidala nikoli obecná rekurze, ale jen rekurze primitivní. Je to nicméně jen dohad, co mohl či měl mít Hilbert na mysli, když o finitaristické aritmetice hovořil.
Ackermann v roce 1924 použil také jen primitivní rekurzi, a dnes již existuje všeobecný konsensus, že finitaristická aritmetika je bezkvantifikátorově zachytitelná teorií primitivně rekurzivních funkcí.

Než se podíváme na přidání kvantifikátorů pomocí transfinitních axiomů, zkusme si rozebrat Hilbertův nástin konzistence doposud uvedené teorie, označme si ji jako T_0.

K tomu je nutné nejdříve definovat, co znamená formální odvození, což je snadné, odvození formule ϕ je konečná posloupnost taková, že každý člen je buď axiomem, a nebo vznikl aplikací MP na předchozí členy.

S trochou snahy se prý dá ukázat, že axiomy 1 až 6 jsou úplné při čistě výrokovém uvažování, a tak se dá konzistence teorie T_0 redukovat na nedokazatelnost tvrzení $\neg 0=0$. Důkaz se provede tak, že se vezme posloupnost formulí d, jež je důkazem, vyhází se z ní všechny formule, jež se nevyužijí v některém z MP, to buded’, a následně se zunifikují případné násobné výskyty, takže každou formuli budeme mít v posloupnosti pouze jednou, a konečně za případné proměnné vysubstituujeme cokoli, dejme tomu0, a takovýto modifikovaný důkaz označíme d‘‘.Termy zjednodušíme tak, aby obsahovaly jen numerály, čili sekvence 0 + 1 + 1..., což jsme zvyklí značit jako „n s pruhem“, a predikáty následně budou zjednodušené na rovnost dvou numerálů. No a konečně na závěr můžeme každou formuli převést do nějakého normálního tvaru, jakkoli Hilbert tento normální tvar přesně nespecifikuje.

Nyní můžeme každou formuli překontrolovat, zda je korektní, či nikoli, ale lze ukázat, že každý prvek posloupnosti musí být korektní, a tak by musela být korektní i formule $\neg 0=0$, což je spor.

Pokud nám tento Hilbertův nástin nepřijde úplně jasný, nejsme v tom sami, Smoryňski v tom nemá jasno také. Pozastavuje se jednak nad tím, že není úplně zřejmé, co přesně Hilbert myslí tou normální formou, a ač vyházení duplicit či formulí nevyužitých v žádném modu ponens je bez problémů, druhý krok redukující termy na numerály prý již tak bezproblémový není. Z hlediska finitarismu je fajn, že všechny formule, jež jsou v posloupnosti využité, platí v nějakém konkrétním konečném universu, ale sama redukce termů na numerály jde provést pouze tehdy, pokud ještě přidáme axiomy říkající, že předchůdce nuly je 0, a vedle toho implikaci, jež říká, že pokud $\neg a=0$, pak následník předchůdce a je a. Což jsou věci, jež Hilbertovi chyběly. Třetí krok Hilbert zřejmě myslel tak, že se každý term nahradí odpovídajícím numerálem, a z porovnání dvou numerálů již je zřejmé, zda je výrok pravdivý, či nikoli. Na příkladu $0 = \delta(0+1)$, čili 0 se rovná předchůdci svého následníka, pak Smoryński ukazuje, že axiomy redukci na numerály umožňují. Dále ukazuje, že instance axiomu A10 jde odvodit pomocí A7, a že z předpokladu, že $\neg(a=0)$, můžeme usuzovat i na to, že se a rovná sobě samému, a ne jen následníkovi svého předchůdce. Vedle toho lze z předchůdce nuly udělat nulu, a tak nás to může svádět domnívat se, že se zbavíme všech aritmetických axiomů s výjimkou $\neg(t + 1=0)$. Smoryński sám to nezkoušel, jen upozorňuje, že to nebude taková sranda, jak mohlo vypadat z důkazů na pár řádek, jaké ukázal u před chvilkou zmíněných formulí.

Pokud přijmeme důkaz konzistence T_0, jak jej Hilbert mohl mít na mysli, můžeme se zkusit podívat, jak jej zamýšlel rozšířit, aby se vypořádal i s konzistencí transfinitní aritmetiky.

S kvantifikátory se Hilbert popral tak, že do formule $\phi(a)$ zkusil dosadit term, který by pro formuli byl jejím protipříkladem. Čili do samotné fí pak dosadil tento protipříklad, jejž značil $\tau_a(\phi)$. To značení sám čtu tak, že τ znamená protipříklad, a znamená, za co se substituuje, a ϕ znamená, do jaké formule, abychom dostali nepravdu. Čili $\tau_a(\phi))$ je takový term, že po dosazení za a ve ϕ bude vyhodnocený jako nepravda. No a dohromady toto τ a formule ϕ dávají transfinitní axiom, který má tvar implikace, A11. $A(\tau(A)) \rightarrow A(a)$. Čili něco jako pokud ϕ platí o svém protipříkladu, pak ϕ platí o a.

Smoryński nás upozorňuje, že A je proměnnou za formuli, a to formuli bez volné proměnné, proto není třeba, aby τ mělo v indexu jméno volné proměnné, za kterou se má protipříklad substituovat.

Nicméně ačkoli zde nejsou žádné kvantifikátory, operátor nové abstrakce τ váže proměnné a vyvstává tak známý problém se substitucí proměnných. To si však v té době Hilbert ještě neuvědomoval.

Za pomoci operátoru τ lze kvantifikátory zavést jako zkratku, a to tak, že
$\forall a\ \phi(a)$: $\phi(\tau_a(\phi))$
$\exists a\ \phi(a)$: $\phi(\tau_a(\neg\phi))$.
čili ϕ aplikujeme nikoli na protipříklad, ale na protipříklad pro negaci formule, tedy na nějaký příklad, kde formule uspěje

Jinými slovy, čtu-li to správně, pak $\forall a\ \phi(a)$ měla vlastně implicitně neuspět, a pouze když se nepodařilo najít protipříklad, tak formule platila, zatímco u existenční kvantifikace stačilo najít jediný příklad, na němž formule uspěje, a za takových okolností formule pak platí.
Při takto definovaných kvantifikátorech lze získat oba axiomy specifikace, tedy jak
$\forall a\ \phi(a) \rightarrow \phi(a)$, tak i
$\phi(a) \rightarrow \exists a\ \phi(a)$
A stejně tak dostáváme i ekvivalence vyjadřující vzájemnou definovatelnost jednoho kvantifikátoru druhým.

Hilbert nicméně netvrdil, že důkaz konzistence rozšířil o transfinitní axiom. Jak poznamenal, byly zde potíže s vnořením τ.

Dále se použije definice f jako proměnné funkce, čemuž, přiznám se, nerozumím, v originále je
„Let f be a function variable“
a pro tuto f se definuje
$\tau(f) = \tau_a(f(a) = 0)$.

axiom A11 se následně transformuje na axiom
A12. $f(\tau(f)) = 0 \rightarrow f(a) = 0$.

Zde poznamenává, že ani Brouwer a ani Weyl by funkci f(τ)) nepřipustili.

Důkaz konzistence by tedy dal výsledek, který Brouwer nepřipouští, Smoryňski hovoří o výpočtu desetinného rozvoje čísel, pro něž rozvoj spočítat neumíme, konkrétně by prý za pomoci τ šlo definovat funkci F(n), která by vracela nulu tehdy, když je $n^{\sqrt{n}}$ racionální, a jedničku, pokud je toto číslo iracionální. Čili F by byla charakteristická funkce racionality $n^{\sqrt{n}}$. O $n^{\sqrt{n}}$ se ještě vzápětí pobavíme.

V příkladu máme uvážit dyadický rozvoj čísla .F(2)F(3) • • , čímž celým se předpokládám myslí binární rozvoj nekonečného desetinného čísla, které by kódovalo znalost racionality a iracionality $n^{\sqrt{n}}$ pro všechna n, protože úvodní tečka je české „nula následovaná desetinnou čárkou“, a F vrací právě jen jediný bit, a my bychom uměli spočítat libovolné desetinné místo tohoto binárního zápisu, ač v roce 1922, o němž se bavíme, nebyla známa ani hodnota F(2), čili zda je $2^{\sqrt{2}}$ racionální, či nikoli.

Na wikipedii
https://en.wikipedia.org/wiki/Gelfond%E2%80%93Schneider_theorem
jsem dohledal, že $2^{\sqrt{2}}$ je transcendentní číslo, jemuž se říká Gelfond-Schneiderova konstanta, a nebo také jen Hilbertovo číslo, a že jde o část 7. ze 23 Hilbertových problémů, kdy se ptal, zda algebraické a na iracionální, avšak algebraické b musí být vždy transcendentní, pokud je to, co mocníme, různé od 0 a 1.

Hilbert přitom při své přednášce řekl, že nečeká, že by se někdo z auditoria dožil výsledku, přitom Kuzmin již v roce 1930 dokázal u$2^{\sqrt{2}}$, že toto číslo je transcendentní, stihl to tedy ještě za Hilbertova života. A v obecnosti to pak v roce 1934 a 35 dokázali Gelfond se Schneiderem, tedy stále za Hilbertova života, který zemřel až 9 let poté.

Ale pojďme dál. Kromě tohoto ukázal Hilbert, a to v odpovědi Weylovi, že za pomoci τ je schopen dokázat existenci suprema, čili nejmenší horní závory, pro libovolnou omezenou množinu reálných čísel.

Byla samozřejmě otázka, jak ukázat konzistenci A12 s prvními deseti axiomy a s rekurzemi. Abychom to zjednodušili, umožníme v axiomu A12 pouze jednu jedinou fixní funkci F získanou rekurzí, a z A12 dostáváme
A12'. $F(\tau(F)) = 0 \rightarrow F(a)=0$.
přitom se funkce F uvažuje jako unární.

Výsledný mix axiomů A1 až 10 spolu s A12‘ a jakýmikoli rekurzemi, jež budou třeba, nazveme teorii T_1.

Smoryňski pokračuje větou, která říká, že T_1 je konzistentní, a v důkazu nás nabádá ke zjednodušování, jež sice prý nejsou pravdivá;-), ale s nimiž důkaz konzistence projde.

Hilbert prý zakončil svou přednášku tím, že je nutné u jeho věty náčrt důkazu rozpracovat, aby se analýzu podařilo položit na pevné základy, a tím začala práce na teorii množin.

Hilbert si byl vědom, že budou potíže, ale až do roku 1930 nemělo být zřejmé, jaký rozsah budou mít.

Dostáváme se ke třetí Hilbertově přednášce v Lipsku přednesené v roce 1922.

Ale ještě před ní si dovolíme 3 poznámky osobnějšího rázu k tomu, co se v tomto roce stalo. Hilbert nabídl v Göttingenu místo Weylovi, ale ten odmítl. Bernays byl jmenován mimořádným profesorem bez definitivy, a do nástupu nacistů si práci mohl udržet, byl totiž žid (pozn. před vznikem Izraele nemá myslím smysl psát „Žid“). S Hilbertem samotným to šlo však z kopce. Vykazoval známky stárnutí, ač mu bylo teprve 60 let, tak se choval jako někdo mnohem starší. Bylo to přičítáno přirozenému, byť předčasnému úpadku, později kolem podzimu roku 1925 se mělo zjistit, že jde o anémii, jež byla tehdy zpravidla smrtelná, fakticky jsem na wikipedii dohledal, že šlo o avitaminózu s nedostatkem vitamínu B12. Nicméně tato nemoc měla hrát hlavní roli v bitvě s Brouwerem.

Brouwer se v Marburku vyjádřil kousavě k nesmyslnosti Hilbertových snah o důkaz konzistence se slovy, že „nekorektní teorie, jež nebyla vyvrácena žádnou kontradikcí, není o nic méně nekorektní, stejně jako není zločinná politika o nic méně zločinná, když se jí nedostane pokárání od soudu“. Tato metafora je jen slovní a politickou hříčkou v jinak suché próze Brouwera, a je sotva náznakem začínající bitvy, jež začne záhy, a jež bude vrcholit v letech 25, 27 a 28. Brouwer v následujících letech publikuje články o topologii a o své intuicionistické matematice, přičemž v roce 27 se vyjadřuje ke dvěma námitkám, jež má vůči Hilbertově formalismu. Jedna z nich ukazuje na rozdíl mezi úhlem pohledu Hilberta a Brouwera, přičemž pro Hilberta konzistence teorie implikovala existenci objektů, o nichž teorie hovoří, zatímco dle Brouwera je objekty nutné zkonstruovat, a konzistentní nesprávná teorie nedokazuje žádné pravdy. Abychom mohli jít od konzistence k pravdě, je dle Brouwera nutný princip vzájemnosti doplňků, čili
$\neg\neg\phi \to \phi$, což bylo ekvivalentní se zákonem o vyloučení třetího.

Protože Hilbert ukázal konzistenci zákona vyloučení třetího, nemohl dle Brouwera usuzovat na pravdu, aniž by ji předpokládal, a když by se Hilbertův program podařilo uskutečnit, točil by se v kruhu.

Zkusme nyní shrnout trochu historii boje. V roce 25 přednese Hilbert přednášku, kde nenapadá jen Brouwera, ale vlastně i sebe. Weyl zasévá semínka sporu s karikaturou Hilbertova programu. O rok později se Hilbert dozví o experimentální léčbě své anémie v Americe, a podaří se mu dostat k léku, a jeho zdraví se zlepší. Hilbert s Brouwerem se smíří, byť jen dočasně, a aniž bychom zacházeli do podrobností, dojde k tomu přes přátele, kteří jim našli společného nepřítele. Tito přátelé matematici z Göttingenu si přáli, aby Brouwer přijel, a „zosnovali“ tak usmíření. Podařilo se jim to tak dobře, že si Brouwer s Hilbertem nejen notovali, ale i připíjeli navzájem na zdraví, a tato atmosféra vydržela po celou dobu, po kterou Brouwer pobýval v Göttingenu. Naneštěstí se ale musel po nějaké době vrátit do Amsterdamu, a s tím se vrátily i vzájemné útoky. Olej do ohně přilily i Brouwerovy přednášky o intuicionismu v Berlíně o rok později, jež vzbudily veliký zájem, nad nímž bychom dnes asi kroutili nevěřícně hlavou. Většina matematiků má totiž malé porozumění pro filosofické aspekty, a tím pádem i nedostatek trpělivosti s nimi, často se k takovým věcem vyjadřují s despektem. Berlín však byl výjimkou. Pod vedením Kleina a následně Hilberta se centrem německé matematiky stal Göttingen, a nikoli Berlín. To způsobovalo velikou soupeřivost mezi tamními universitami, a je tak možné, že zájem o Brouwera byl vyjádřením zájmu o něj samotného než o intuicionismus. Buď jak buď, Brouwer přednášel v přeplněném sále, a Hilbert po konverzi Weyla v tom viděl jasné ohrožení. Hilbert zuřil. Jeho rozčilení přitom nemělo racionální jádro, jeho program šel kupředu, všichni v jeho táboře věřili, že konečný úspěch se musí dostavit.

Kolem roku 1930 se Hilbertův program stává programem s velkým P. Nejde o nic menšího než o schopnost dokázat finitisticky jakékoli finitistické tvrzení, jehož pravdivost jsme dokázali infinitárně. Někde tady vznikl i mýtus, že Hilbert ví, co dělá. Hilbert svou metodu dokázal ukázkou, asi jako se rozborem určitých trojúhelníků dokazují věty v Eukleidovské geometrii. Jeho příkladem byla Fermatova věta. Jen dodejme, že ta Velká, ne Malá. Tedy že pro všechna čísla ostře větší než dvě není pravda, že by x^n+y^n mohlo dát z^n. Uvažuje přitom následovně: pokud by taková 4 čísla existovala, dalo by se to ověřit finitárně, a když by infinitární prostředky dokazovaly opak, pak bychom došli ke sporu, přestože transfinitní systém má být konzistentní. A tedy taková čtveřice neexistuje, a Fermatova věta musí platit. Fakticky jsme sice dokázali jen dvojitou negaci Fermatovy věty, ale implikace dvojité negace na gaci je pro intuicionistu přijatelná. A můžeme souhlasit s Hilbertem, že Brouwer by jeho metodu přijal, jakmile by se podařilo konzistenci dokázat finitárními prostředky. Smoryňski následně vypočítává, kdo všechno a s jakým úspěchem se na důkazu konzistence podílel, a zdálo se, že důkaz je již prakticky hotový. Hilbert dokonce rok poté oznámil,, že Neumann s Ackermannem dokázali konzistenci aritmetiky celých čísel, a že Ackermannovi již zbývá jen dokončit finitární důkaz konzistence analýzy.

Nicméně když v roce 1927 Hilbert porušil příměří, Brouwer nezahálel, a sám také přednášel. V roce 1928 byla jeho přednáška zveřejněna jak v holandském sborníku tamní Akademie, tak v pruském sborníku Pruské akademie.

Přednáška na začátku vyjmenovávala Hilbertovy papery, jež by Brouwer rád probral, a ve své první části obsahovala 4 vhledy,, anglicky „insight“, po jejichž přijetí by se výběr mezi formalismem a intuicionismem stal jen otázkou vkusu.

1. vhled. Formalistické rozlišení mezi transfinitní matematikou a finitní matematikou je nezbytné, stejně jako uznání potřeby intuicionisticky matematické množiny přirozených čísel pro tuto finitní matematiku.
2. vhled. Člověk nesmí zákon vyloučení třetího používat bezmyšlenkovitě, ale měl by spíše zkoumat, kde jej lze použít. Pro intuitivní (obsahovou) matematiku platí pouze v konečných systémech.
3. vhled. Princip řešitelnosti každého matematického problému je třeba ztotožnit se zákonem o vyloučení třetího.
4. vhled. Zdůvodnění formálního systému transfinitní matematiky prostřednictvím finitního důkazu konzistence obsahuje důkaz kruhem, v originále „Circulus vitiosus“, což je doslovně snad „krutý kruh“.

Podle Brouwera Hilbert již přijal 1. a 3. vhled a bylo jen otázkou času, kdy přijme i další dva. Ve skutečnosti Hilbert přijal 1., ale pouze polovinu 3. vhledu, a o polovině lze hovořit proto, že ještě nepřijal Brouwerovu rovnost řešitelnosti úloh v principu a v praxi. V každém případě neexistovala naděje, že by Hilbert přijal 2. vhled, aniž by přijal ten 4.. A zde, aniž by to Brouwer věděl, Hilbert ukázal, že ve zvláštním případě zdůvodnění kruhové není.
Právě v diskusi o těchto poznatcích Brouwer poprvé od roku 1921, kdy na něj Hilbert v Hamburku začal útočit, reagoval věcně. Například v souvislosti s 1. vhledem poznamenává, že jej naznačil Poincaré, poprvé se objevil v Brouwerově disertaci v roce 1907 a Brouwer o něm diskutoval s Hilbertem na podzim roku 1909. To poslední bylo uvedeno v poznámce pod čarou; je to jediná zmínka v tisku od obou stran o jejich rozhovorech v dunách u Scheveningenu, kdy jejich známost či přátelství začalo.) Brouwer dodal, že Hilbert toto rozlišení následně publikoval pod novým pojmenováním. Pro případ, že by smysl této úvahy nebyl jasný, uvedl po jednotlivých rozhovorech několik závěrečných poznámek. Ty začínají konstatováním, že formalismus dostal od intuicionismu jen to dobré a mohl očekávat více. A následuje citát, jehož vyznění je napomínající, avšak smířlivé, v němž Brouwer žádá, že by „formalisté intuicionistům měli poskytnout určité uznání, místo aby proti nim polemizovali v posměšném tónu a přitom ani jednou nezachovali náležitou zmínku o autorství“. A nabádá ke stejné skromnosti, s jakou k věcem přistupují intuicionisté.

Tohle byla publikovaná část boje z roku 1928, ale ta nepublikovaná byla ještě silnější. V Boloni se měl konat mezinárodní matematický kongres, na nějž byl německým matematikům zapovězen přístup v roce 20 ve Štrasburku a v roce 24 v Torontu. V roce 28 sice již na kongres směli, ale nikoli plně rovnoprávně s ostatními, a program konference navíc zahrnoval výlet do osvobozených oblastí, což byla takříkajíc přímá facka Němcům. Brouwer vyzval k bojkotu konference, Hilbert naopak považoval mezinárodní kontakty za důležitější než nacionalistické cítění, a využil veškerý vliv své prestiže, aby bojkotu zabránil. Do Boloně vedl německou delegaci osobně, přičemž jeho zdravotní stav se díky americké léčbě výrazně zlepšil. Jeho přednáška byla na začátku i na konci přijata bouřlivým potleskem.

O pár měsíců později Hilbert zajistí Brouwerův vyhazov z redaktorské židličky v Mathematische Annalen. Smoryňski vysvětluje, že to nebylo jen tak, ta židlička byla asociována s velikou prestiží, a zbavit jí někoho dalo hodně práce. Tím spíše pak, pokud byl takový člověk tím nejpracovitějším a nejsvědomitějším z celé skupiny, jak Brouwer nepochybně byl. Šlo o velikou urážku a potupu, z níž se Brouwer již do konce života nevzpamatuje. Smoryňski tento podraz ze strany Hilberta srovnává s analogickou situací Newtona, který se dopustil nepěknosti vůči Leibnitzovi, který byl obviněn z plagiátorství vůči Newtonovi, avšak nedočkal se férového procesu, protože zprávu sepisoval sám Newton. Podobnost spočívá v tom, že Brouwer si připravoval obhajobu k tribunálu sestávajícího ze všech redaktorů, a netušil, že rozhodnutí již bylo učiněno nezvratně, a žádný tribunál se konat nebude. Rozhodnutí provedl Hilbert, a jen málokdo jej zpochybňoval. Brouwer nejenže byl potupen, ale byl i zrazen svými přáteli z Göttingenu, a stal se zlomeným mužem. Během nadcházející dekády prakticky nic nepublikoval, a ač se k publikování vrátil ve 40. letech, již nikdy nedosáhl své dřívější výše z let 1908 až 28. Aby to bylo ještě pikantnější, jeden z mála lidí, který stál v této při při Brouwerovi, se stal nacistou, a oponoval Brouwerovi v přijímání židů jako redaktorů v časopise, který Brouwer sám později založil. A Blumenthal, žid, který si naopak na Brouwerovi při jeho vyhazovu smlsnul, byl nejen ze svého místa po nástupu nacismu vyhozen, ale po krátkém útěku do Nizozemí zemřel v koncentráku. Zbývá dovysvětlit, proč vlastně Hilbert Brouwerovi šel tolik po krku: Hilbertovi se rapidně zhoršilo zdraví v souvislosti s nevhodnou léčbou, a všichni v jeho okolí včetně jeho samotného se domnívali, že má na kahánku. Hilbert se obával, že pokud by zemřel, mohl by Brouwer převzít otěže Mathematische Annalen. Nemohl by pak býval otočit kormidlem celé matematiky, když byl tolik úspěšný v konverzi svých kolegů? Alespoň jak se to iracionálně zdálo Hilbertovi? Hilbert však vlastně nebojoval s Brouwerem, ale s Kroneckerem, respektive s jeho duchem. Obětí boje ale nebyl jen Brouwer, stal se jí stejně tak i Hilbert, byl zničen duchovně. Smoryňski to přirovnává k Alexandru Velikému, který se stal ještě větším despotou, než Peršané, jejichž despotismem opovrhoval, a Hilbert, který bojoval proti Kroneckerově restriktivnosti, se stal restriktivním mnohem více než Kronecker, jen holt neomezoval svobodu matematickou, ale filosofickou.

Tím končíme s doplněním toho, co se na minulé hodině nestihlo. Lehký spoiler na příště;-): budeme probírat, jak se zdálo, že je Hilbertův program už-už-hotový, ale přišel Gödel. Dostaneme se nejen k první větě o neúplnosti (a i té druhé), ale i k větě o úplnosti. I k tomu, že Gödelova věta nebyla zpočátku pochopena, a ani jí nebyl přikládán význam. Dostaneme se, doufejme, i k Tarskému, který měl podobně zajímavé výsledky jako Gödel, ale na sémantické úrovni. Proložíme to i „konečným rozřešením“ otázky intuicionismu a formalismu (či dokonce logicismu), a zbude-li čas, přidáme i zajímavé drobnosti k autoreferenčním formulím a jejich vztahu k Ackermannově funkci či problému zaneprázdněného bobra. Jinými slovy těšme se, logiky bude tentokrát o dost více než historie.

Srdečně Vás zdravím

Jan Urbánek