

B

Odpovídejte ve větách. Všechny symbolické zápisy, které nejsou umístěny ve větě, mohou být ignorovány. Hodnotí se postup, nikoliv výsledek. Odpovědi pište přímo na tento papír (po obou stranách), až v případě nedostatku místa a pro pomocné výpočty použijte vlastní papír. Nezapomeňte na podpis!

U pojmů zvýrazněných *kurzívou* dejte vhodným způsobem najevo, že znáte definici.

1. O každé z formulí $p \rightarrow r$ a $r \rightarrow p$ rozhodněte, zda *vyplývá* z množiny $\{\neg p \rightarrow q, p \rightarrow \neg q, \neg r\}$.
2. Nechť P a Q jsou unární, R binární predikátový symbol. Rozhodněte, které z následujících formulí jsou *logicky platnými formulemi*. U formule obsahující rovnítko předpokládejte predikátovou logiku s rovností.

$$\exists x P(x) \rightarrow \exists x (P(x) \vee Q(x))$$

$$\exists x \forall y R(x, y) \rightarrow \forall y \exists x R(x, y)$$

$$\forall x \exists y (R(x, y) \ \& \ Q(y)) \rightarrow \forall x Q(x)$$

$$\forall x \forall u \forall v (R(u, x) \ \& \ R(v, x) \rightarrow u = v) \rightarrow \forall x \neg R(x, x).$$

3. Vyberte si jednu formuli z předchozího cvičení a zdůvodněte o ní, že je v predikátovém kalkulu *dokazatelná*. Přitom můžete využít větu o úplnosti výrokového kalkulu a známá pomocná tvrzení o predikátovém kalkulu, ale nikoliv větu o úplnosti predikátového kalkulu. U pomocných tvrzení dejte najevo, že jste ověřil předpoklady. Použijete-li případně pomocné tvrzení, o kterém se nemluvílo na cvičení, připomeňte mi i znění.