A

Odpovídejte *ve větách* (!) a tak, aby byl *vysvětlen postup* řešení. Odpovědi pište přímo na tento papír (po obou stranách), až v případě nedostatku místa a pro pomocné výpočty použijte vlastní papír. Nezapomeňte na podpis!
U pojmů zvýrazněných *kurzívou* dejte vhodným způsobem najevo, že znáte definici.

1. Rozhodněte, zda množina $\Delta = \{\neg p_0 \equiv (p_1 \vee p_2), \neg p_1 \equiv (p_2 \vee p_3), \neg p_2 \equiv (p_3 \vee p_4), \dots\}$ výrokových formulí je splnitelná. Pokud ano, charakterizujte všechna pravdivostní ohodnocení, která ji splňují. Rozhodněte, zda existuje formule A neobsahující jiné atomy než $\{p_0, p_1, p_2, \dots\}$ taková, že A ani $\neg A$ nevyplývá z (není *tautologickým důsledkem* množiny) Δ.

2. Nechť P a Q jsou unární, R binární predikátový symbol. Rozhodněte, které z následujících formulí jsou *logicky platnými formulemi:*

   $\exists x(\exists y P(y) \to P(x))$
   $\exists x \forall y R(x, y) \to \forall y \exists x R(x, y)$
   $\exists x P(x) \,\&\, \exists x Q(x) \to \exists x(P(x) \,\&\, Q(x))$
   $\forall x \exists y(R(x, y) \vee Q(y)) \to \exists x Q(x).$

3. Vyberte si jednu formuli z předchozího cvičení a zdůvodněte o ní, že je v predikátovém kalkulu *dokazatelná.* Přitom můžete využít větu o úplnosti výrokového kalkulu a známá pomocná tvrzení o predikátovém kalkulu, ale nikoliv větu o (jeho) úplnosti. U pomocných tvrzení dejte najevo, že jste ověřil(a) předpoklady. Použijete-li případně pomocné tvrzení, o kterém se nemluvilo na cvičení, připomeňte mi i znění.

4. Uvažujte jazyk $\{0, \mathrm{S}\}$ s konstantou a unárním funkčním symbolem. Rozhodněte, zda z množiny
   $\Delta = \{\, \forall x \forall y(\mathrm{S}(x) = \mathrm{S}(y) \;\to\; x = y), \forall x(\mathrm{S}(x) \neq 0) \,\}$ *vyplývá* sentence $\forall x(\mathrm{S}(x) \neq x)$.