

Cvičení 05

1. Řešte rovnice:

$$\log_{x+7}(x^2 + 3x + 5) = 2$$

$$3^{\log_5 x} + 45 = 2 \cdot 3^{1+\log_5 x}$$

$$\frac{\log \frac{x}{10}}{\log^2 \sqrt{x}} + 1 = \log x$$

$$5 \cdot (4^{\log_3 x} - 1) = 4^{1+\log_3 x} - 4^{-1+\log_3 x}$$

$$(\sqrt{x})^{1+\log_2 x} = 2$$

$$\log_2 3 + \log_2 4^{x+\sqrt{x}} = \log_2 (2^{x+\sqrt{x}+1} + 4) + 2$$

2. Určete definiční obory funkcí:

$$y = \log_x \left(1 + \frac{1}{x} \right)$$

$$y = \log \left| \frac{x+1}{x^2-1} \right|$$

$$y = \sqrt{\frac{x^2 - 3x + 5}{1-x}} + \log(x+1)$$

$$y = \frac{\sqrt{9x-x^2}}{\log(x^2-3)}$$

$$y = \log(x^2 - x - 6)$$

$$y = \ln(1 - \ln x)$$

$$y = \log(7 - |x| - |x+5|)$$

$$y = \sqrt{\log(x^2 - 1)}$$

$$y = \frac{1}{\log(x-3)}$$

3. Řešte nerovnice:

$$1 < \frac{1 + \log x}{2} + \log x < 2$$

$$\left| \frac{8 + 2 \log_{0,5} x}{4} \right| < 3$$

$$3 < \left| \frac{-5 + \log x}{2} \right| < 4$$

$$-1 < \log \left| \frac{x+1}{2} \right| < 1$$

$$\pi^x - \pi^{2x} \geq 0$$

4. Řešte soustavy rovnic:

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ \log x + \log y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy = 100 \\ \log^2 x + \log^2 y = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_2 x + \log_4 y = 2 \\ \log_4 x + \log_2 y = 2,5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2^{x+y} \cdot 4^{2x-y} = 8 \\ \log_3(x+y) = 2 \end{cases}$$

5. Kolik je $X - Y$?

$$X = \sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{\dots}}}}}}}}}}$$

$$Y = \sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{6 - \sqrt{6 - \sqrt{6 - \sqrt{6 - \sqrt{\dots}}}}}}}}}}$$

6. Farmář se rozhodl, že rozdělí své stádo ovcí mezi svoje děti. Nejprve rozdělil stádo na dvě části v poměru 1:3. Menší část dostal nejstarší syn. Větší část rozdělil opět v poměru 1:3. Menší část dostal druhý syn a zbytek opět rozdělil v poměru 1:3. Takto pokračoval, až každý syn dostal svůj díl. Zbytek dostala jeho jediná dcera. Kolik měl farmář synů, když jen nejstarší syn dostal víc ovcí než dcera?