

Cvičení 08

1. Řešte rovnice pro $x \in \mathbb{C}$

(a) $8x^2 - 27 = 0$

(b) $3x^4 - 55 = 0$

(c) $3x^4 + 26x^2 - 9 = 0$

(d) $\frac{x^3 - 1}{36} = 1 + \frac{48}{x^3}$

(e) $x^4 + x^2 + 1 = 0$

(f) $x^6 - 64 = 0$

(g) $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$

(h) $4x^2 - 16x + 17 = 0$

2. Řešte rovnice pro $z \in \mathbb{C}$

(a) $\bar{z} = z^2$

(b) $|z| - z = 1 + 2i$

(c) $z^2 - \frac{3}{2}iz + 1 = 0$

(d) $z^2 - 2z + 3 = 0$

(e) $z^2 - 6iz - 8 = 0$

(f) $z^2 - 2(1+i)z + 2i = 0$

(g) $z^2 + 19z^3 - 216 = 0$

(h) $z^{10} - 16z^6 + iz^4 - 16i = 0$

(i) $z^8 - z^4 - 20 = 0$

(j) $z^4 + 2iz^2 + 8 = 0$

3. Sestavte kvadratické rovnice s reálnými koeficienty, které mají jeden kořen:

(a) $z_1 = 3 - 6i$

(b) $z_1 = \frac{4i}{1-i}$

(c) $z_1 = [(1-i)(2+i)]^3$

(d) $z_1 = i(1+i)^2$

4. Řešte rovnice pro $z \in \mathbb{C}$

(a) $\frac{z+1}{z+2} - \frac{z+3}{z+4} = 1$

(b) $\frac{z+i}{z-2i} - \frac{z+3}{z+2i} = 1 + 3i$

5. Rovnice $z^2 + pz + 17 = 0$, kde $p \in \mathbb{R}$ je parametr má jeden kořen $z_1 = 3 - 2\sqrt{2}i$. Určete druhý kořen a parametr p .

6. V množině \mathbb{C} řešte soustavy rovnic:

(a) $\begin{cases} 2x - y = 1 + 3i \\ xy = 2 \end{cases}$

(b) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x - y = -2 \end{cases}$

7. Znázorněte v rovině komplexních čísel všechna komplexní čísla z , pro něž platí:

(a) $\left| \frac{z-2}{z+1} \right| \geq 1$

(b) $1 < |z + 3i - 2| \leq 4$