

Semestrální zkouška z matematiky 2011

A

1. Zjednodušte a usměrněte: $\frac{|6\sqrt{6} + 6| + |6 - 3\sqrt{6}| + 10\sqrt{6}}{|1 - 2\sqrt{6}| + 10 - 4\sqrt{6}} =$
2. Výraz: $\frac{u^2 + 2uv}{u - v} \cdot \frac{u^2 - uv}{u^2 - 4v^2} =$
 - a) zjednodušte
 - b) určete podmínky, kdy má výraz smysl
 - c) určete hodnotu výrazu pro $u = -3, v = 1$
3. Zjednodušte a určete podmínky platnosti: $\frac{\sqrt{x \cdot \sqrt[3]{x^6} \cdot \sqrt[4]{x^3}}}{\sqrt[5]{x^4 \cdot \sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[6]{x^7}}}$
4. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte rovnici $\sqrt{6 - 4x - x^2} = x + 4$
5. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte rovnici $3 + 4|x - 2| = 5x$
6. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte nerovnici $\frac{x^3 - 4x^2}{2x^2 + 5x - 3} \leq 0$
7. Určete, pro jaké $q \in \mathbb{R}$ je jeden kořen rovnice $x^2 - 6x + q = 0$ roven čtyřnásobku druhého.
8. Poloměr podstavy kužele je roven $\frac{1}{4}$ jeho výšky. Objem kužele je $36\pi \text{ cm}^3$. Jaký je poloměr podstavy kužele?
9. Jedním kohoutem se bazén naplní o 4 hodiny a druhým o 25 hodin později než oběma najednou. Za jakou dobu se bazén naplní prvním kohoutem?
10. Loni byl otec osmkrát starší než syn. Dnes je jim dohromady 47 let. Kolik je dnes otci?

Semestrální zkouška z matematiky 2011

B

1. Zjednodušte a usměrňte: $\frac{|3\sqrt{2} + \sqrt{3}| + |\sqrt{2} - \sqrt{3}| - \sqrt{2}}{\sqrt{2} - |\sqrt{2} - \sqrt{3}|} =$
2. Výraz: $\frac{m^2 - mn}{m^2 - n^2} + \frac{n^2 - 1}{mn - m + n^2 - n} =$
 - a) zjednodušte
 - b) určete podmínky, kdy má výraz smysl
 - c) určete hodnotu výrazu pro $m = \frac{1}{2}$, $n = 2$
3. Zjednodušte a určete podmínky platnosti: $\frac{\sqrt{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[4]{x^6}}}{\sqrt[5]{x^3} \cdot \sqrt[4]{x^{10}} \cdot \sqrt[6]{x^5}}$
4. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte rovnici $\sqrt{2x^2 + 3x + 5} = x - 1$
5. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte rovnici $7 + |x + 3| = 2x$
6. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte nerovnici $\frac{x^3 - 3x^2}{2x^2 + 3x - 2} \leq 0$
7. Je dána rovnice $x^2 - (3 + m)x + m - 13 = 0$. Určete všechny hodnoty parametru $m \in \mathbb{R}$ tak, aby kořeny dané rovnice byla dvě navzájem opačná čísla.
8. Poloměr podstavy válce je roven $\frac{1}{3}$ jeho výšky. Povrch válce je $24\pi \text{ cm}^2$. Jaký je poloměr podstavy válce?
9. Bazén se naplní prvním kohoutem o 4 hodiny a druhým o 9 hodin později než oběma najednou. Za jakou dobu se naplní druhým kohoutem?
10. Loni bylo otci a synovi dohromady 40 let. Dnes je otec pětkrát starší než syn. Kolik let je dnes otci?

Semestrální zkouška z matematiky 2011

C

1. Zjednodušte a usměrňte: $1 + \frac{1 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} =$
2. Výraz: $\left(\frac{2k-1}{k+1} - \frac{2k+1}{k-1}\right) : \left(1 + \frac{1}{1-k}\right) =$
 - a) zjednodušte
 - b) určete podmínky, kdy má výraz smysl
 - c) určete hodnotu výrazu pro $k = -\frac{3}{2}$
3. Zjednodušte a určete podmínky platnosti: $\sqrt{\frac{\sqrt[4]{a^3}\sqrt{a^3}}{\sqrt[4]{a^5}\sqrt{a}}}$
4. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte rovnici $2 + \sqrt{10 - x^2} = x$
5. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte nerovnici $\frac{x^3 - 9x^2}{x^2 - 4x + 3} \geq 0$
6. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte rovnici $x - 2|x + 1| = 2x - 2$
7. Určete všechny hodnoty parametru $m \in \mathbb{R}$ tak, aby soustava rovnic
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 4x - 8y + 10 = 0 \\ 3x - y + m = 0 \end{cases}$$
měla právě jedno řešení.
8. Zvětší-li se obě strany obdélníka o 3 cm, zvětší se jeho obsah o 63 cm². Určete velikosti původních stran obdélníka, když jsou v poměru $a : b = 4 : 5$.
9. Zvětší-li se rychlost vlaku o 9 km/h, urazí vlak dráhu 180 km o 40 minut dříve než při původní rychlosti. Určete čas, za který vlak ujel tuto dráhu při původní rychlosti.
10. Sud zcela naplněný vodou má hmotnost je 213 kg. Když vylijeme 25 % vody, bude hmotnost sudu s vodou 163 kg. Jaká je hmotnost prázdného sudu?

Semestrální zkouška z matematiky 2011

D

1. Zjednodušte a usměrněte: $\frac{5\sqrt{2}}{3-\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{2}}{3+\sqrt{3}} =$
2. Výraz: $\left(\frac{1}{x-y} + \frac{1}{x+y}\right) : \frac{(x+y)^2 - (x-y)^2}{(x+y)^2 - 2y(x+y)} =$
 - a) zjednodušte
 - b) určete podmínky, kdy má výraz smysl
 - c) určete hodnotu výrazu pro $x = 2$ a $y = -\frac{1}{4}$
3. Zjednodušte a určete podmínky platnosti: $\sqrt{\frac{\sqrt[5]{a^4}\sqrt{a^3}}{\sqrt[5]{a^2}\sqrt{a}}}$
4. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte rovnici $\sqrt{5-x^2} = x-1$
5. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte nerovnici $\frac{x^2-x-6}{x^3-4x^2} \geq 0$
6. Pro $x \in \mathbb{R}$ řešte rovnici $x + |2x-1| = 2x+1$
7. Určete všechny hodnoty parametru $m \in \mathbb{R}$ tak, aby soustava rovnic
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 6x - 4y + 3 = 0 \\ 2x - y + m = 0 \end{cases}$$
měla právě jedno řešení.
8. Kosočtverec má obsah 150 cm^2 a poměr jeho úhlopříček je $e : f = 3 : 4$. Určete délku strany kosočtverce.
9. Zvětší-li se rychlost vlaku o 10 km/h , urazí vlak dráhu 240 km o 48 minut dříve než při původní rychlosti. Určete původní rychlost vlaku.
10. Sud částečně naplněný vodou má hmotnost 167 kg . Když přilijeme 20% hmotnosti vody, bude hmotnost sudu s vodou 197 kg . Jaká je hmotnost původního množství vody?