

Úvod do neklasických logik

Vítězslav Švejdar

<https://www1.cuni.cz/~svejdar/>

24. září 2026

Nejdůležitější modální výrokové logiky, jejich vlastnosti, jejich sémantika, kalkuly

Nejdůležitější modální výrokové logiky, jejich vlastnosti, jejich sémantika, kalkuly

Intuicionistická logika (možná i predikátová)

Nejdůležitější modální výrokové logiky, jejich vlastnosti, jejich sémantika, kalkuly

Intuicionistická logika (možná i predikátová)

Brouwer, Gödel, Gentzen, Kripke, Solovay

Nejdůležitější modální výrokové logiky, jejich vlastnosti, jejich sémantika, kalkuly

Intuicionistická logika (možná i predikátová)

Brouwer, Gödel, Gentzen, Kripke, Solovay

Návaznost, poznámky

O čem je logika?

O čem je logika?

Formalizace (čili matematizace) usuzování

O čem je logika?

Formalizace (čili matematizace) usuzování

Jaké **logické kroky** se vyskytují v úsudcích (úvahách, důkazech)?

O čem je logika?

Formalizace (čili matematizace) usuzování

Jaké logické kroky se vyskytují v úsudcích (úvahách, důkazech)?

Jaké **mimologické předpoklady** se vyskytují v důkazech?

O čem je logika?

Formalizace (čili matematizace) usuzování

Jaké logické kroky se vyskytují v úsudcích (úvahách, důkazech)?

Jaké mimologické předpoklady se vyskytují v důkazech?

Př. 1

Pro každé přirozené číslo x existuje y větší než x , které je prvočíslem. Tedy existují prvočísla větší než 142 857.

O čem je logika?

Formalizace (čili matematizace) usuzování

Jaké logické kroky se vyskytují v úsudcích (úvahách, důkazech)?

Jaké mimologické předpoklady se vyskytují v důkazech?

Př. 1

Pro každé přirozené číslo x existuje y větší než x , které je prvočíslem. Tedy existují prvočísla větší než 142 857.

Př. 2

Každé číslo tvaru $7 + 30k$ je prvočíslo. Tedy 157 a 187 jsou prvočísla.

O čem je logika?

Formalizace (čili matematizace) usuzování

Jaké logické kroky se vyskytují v úsudcích (úvahách, důkazech)?

Jaké mimologické předpoklady se vyskytují v důkazech?

Př. 1

Pro každé přirozené číslo x existuje y větší než x , které je prvočíslem. Tedy existují prvočísla větší než 142 857.

Př. 2

Každé číslo tvaru $7 + 30k$ je prvočíslo. Tedy 157 a 187 jsou prvočísla. Všichni psi štěkají. Tedy Alík štěká.

O čem je logika?

Formalizace (čili matematizace) usuzování

Jaké logické kroky se vyskytují v úsudcích (úvahách, důkazech)?

Jaké mimologické předpoklady se vyskytují v důkazech?

Př. 1

Pro každé přirozené číslo x existuje y větší než x , které je prvočíslem. Tedy existují prvočísla větší než 142 857.

Př. 2

Každé číslo tvaru $7 + 30k$ je prvočíslo. Tedy 157 a 187 jsou prvočísla. Všichni psi štěkají. Tedy Alík štěká.

Př. 3

J. W. Bush se domluví španělsky. Tedy někteří američtí prezidenti v období od 2. světové války se domluvili nějakým cizím jazykem.

Logické kroky a mimologické předpoklady

Tvrzení (Př. 4)

Každé přirozené číslo x větší než 1 je dělitelné nějakým prvočíslem.

Logické kroky a mimologické předpoklady

Tvrzení (Př. 4)

Každé přirozené číslo x větší než 1 je dělitelné nějakým prvočíslem.

Důkaz

Nechť $x > 1$ je dáno. Předpokládejme, že x není dělitelné žádným prvočíslem.

Logické kroky a mimologické předpoklady

Tvrzení (Př. 4)

Každé přirozené číslo x větší než 1 je dělitelné nějakým prvočíslem.

Důkaz

Nechť $x > 1$ je dáno. Předpokládejme, že x není dělitelné žádným prvočíslem. Označme z nejmenší číslo s touto vlastností.

Logické kroky a mimologické předpoklady

Tvrzení (Př. 4)

Každé přirozené číslo x větší než 1 je dělitelné nějakým prvočíslem.

Důkaz

Nechť $x > 1$ je dáno. Předpokládejme, že x není dělitelné žádným prvočíslem. Označme z nejmenší číslo s touto vlastností.

Tedy $z > 1$, přitom z není dělitelné žádným prvočíslem, ale každé číslo mezi 1 a z nějakým prvočíslem dělitelné je.

Logické kroky a mimologické předpoklady

Tvrzení (Př. 4)

Každé přirozené číslo x větší než 1 je dělitelné nějakým prvočíslem.

Důkaz

Nechť $x > 1$ je dáno. Předpokládejme, že x není dělitelné žádným prvočíslem. Označme z nejmenší číslo s touto vlastností.

Tedy $z > 1$, přitom **z není dělitelné žádným prvočíslem**, ale každé číslo mezi 1 a z nějakým prvočíslem dělitelné je.

Protože $z \mid z$, je jasné, že z není prvočíslo.

Logické kroky a mimologické předpoklady

Tvrzení (Př. 4)

Každé přirozené číslo x větší než 1 je dělitelné nějakým prvočíslem.

Důkaz

Nechť $x > 1$ je dáno. Předpokládejme, že x není dělitelné žádným prvočíslem. Označme z nejmenší číslo s touto vlastností.

Tedy $z > 1$, přitom z není dělitelné žádným prvočíslem, ale každé číslo mezi 1 a z nějakým prvočíslem dělitelné je.

Protože $z \mid z$, je jasné, že z není prvočíslo. Takže mezi 1 a z je nějaké y takové, že $y \mid z$.

Logické kroky a mimologické předpoklady

Tvrzení (Př. 4)

Každé přirozené číslo x větší než 1 je dělitelné nějakým prvočíslem.

Důkaz

Nechť $x > 1$ je dáno. Předpokládejme, že x není dělitelné žádným prvočíslem. Označme z nejmenší číslo s touto vlastností.

Tedy $z > 1$, přitom z není dělitelné žádným prvočíslem, ale **každé číslo mezi 1 a z** nějakým prvočíslem dělitelné je.

Protože $z \mid z$, je jasné, že z není prvočíslo. Takže mezi 1 a z je nějaké y takové, že $y \mid z$. Číslo y musí být dělitelné nějakým prvočíslem v .

Logické kroky a mimologické předpoklady

Tvrzení (Př. 4)

Každé přirozené číslo x větší než 1 je dělitelné nějakým prvočíslem.

Důkaz

Nechť $x > 1$ je dáno. Předpokládejme, že x není dělitelné žádným prvočíslem. Označme z nejmenší číslo s touto vlastností.

Tedy $z > 1$, přitom z není dělitelné žádným prvočíslem, ale každé číslo mezi 1 a z nějakým prvočíslem dělitelné je.

Protože $z \mid z$, je jasné, že z není prvočíslo. Takže mezi 1 a z je nějaké y takové, že $y \mid z$. Číslo y musí být dělitelné nějakým prvočíslem v . Ale z toho, že $v \mid y$ a $y \mid z$, máme $v \mid z$.

Logické kroky a mimologické předpoklady

Tvrzení (Př. 4)

Každé přirozené číslo x větší než 1 je dělitelné nějakým prvočíslem.

Důkaz

Nechť $x > 1$ je dáno. Předpokládejme, že x není dělitelné žádným prvočíslem. Označme z nejmenší číslo s touto vlastností.

Tedy $z > 1$, přitom **z není dělitelné žádným prvočíslem**, ale každé číslo mezi 1 a z nějakým prvočíslem dělitelné je.

Protože $z \mid z$, je jasné, že z není prvočíslo. Takže mezi 1 a z je nějaké y takové, že $y \mid z$. Číslo y musí být dělitelné nějakým prvočíslem v . Ale z toho, že $v \mid y$ a $y \mid z$, máme $v \mid z$. Takže z je dělitelné nějakým prvočíslem, což je spor.

Logické kroky a mimologické předpoklady

Tvrzení (Př. 4)

Každé přirozené číslo x větší než 1 je dělitelné nějakým prvočíslem.

Důkaz

Nechť $x > 1$ je dáno. Předpokládejme, že x **není dělitelné** žádným prvočíslem. Označme z nejmenší číslo s touto vlastností.

Tedy $z > 1$, přitom z není dělitelné žádným prvočíslem, ale každé číslo mezi 1 a z nějakým prvočíslem dělitelné je.

Protože $z \mid z$, je jasné, že z není prvočíslo. Takže mezi 1 a z je nějaké y takové, že $y \mid z$. Číslo y musí být dělitelné nějakým prvočíslem v . Ale z toho, že $v \mid y$ a $y \mid z$, máme $v \mid z$. Takže z je dělitelné nějakým prvočíslem, což je spor. Předpoklad, že x není dělitelné žádným prvočíslem, nemůže být pravda.

Logické kroky a mimologické předpoklady

Tvrzení (Př. 4)

Každé přirozené číslo x větší než 1 je dělitelné nějakým prvočíslem.

Důkaz

Nechť $x > 1$ je dáno. Předpokládejme, že x není dělitelné žádným prvočíslem. Označme z nejmenší číslo s touto vlastností.

Tedy $z > 1$, přitom z není dělitelné žádným prvočíslem, ale každé číslo mezi 1 a z nějakým prvočíslem dělitelné je.

Protože $z \mid z$, je jasné, že z není prvočíslo. Takže mezi 1 a z je nějaké y takové, že $y \mid z$. Číslo y musí být dělitelné nějakým prvočíslem v . Ale z toho, že $v \mid y$ a $y \mid z$, máme $v \mid z$. Takže z je dělitelné nějakým prvočíslem, což je spor. Předpoklad, že x není dělitelné žádným prvočíslem, nemůže být pravda.

Logické kroky a mimologické předpoklady

Tvrzení (Př. 4)

Každé přirozené číslo x větší než 1 je dělitelné nějakým prvočíslem.

Důkaz

Nechť $x > 1$ je dáno. Předpokládejme, že x není dělitelné žádným prvočíslem. Označme z nejmenší číslo s touto vlastností.

Tedy $z > 1$, přitom z není dělitelné žádným prvočíslem, ale každé číslo mezi 1 a z nějakým prvočíslem dělitelné je.

Protože $z \mid z$, je jasné, že z není prvočíslo. Takže mezi 1 a z je nějaké y takové, že $y \mid z$. Číslo y musí být dělitelné nějakým prvočíslem v . Ale z toho, že $v \mid y$ a $y \mid z$, máme $v \mid z$. Takže z je dělitelné nějakým prvočíslem, což je spor. Předpoklad, že x není dělitelné žádným prvočíslem, nemůže být pravda.

Př. 5

Dědic nemusí z úmrtí příbuzného mít finanční ztrátu (chce-li, může se jí vyhnout).

Soubor mimologických předpokladů vypozerovaných z úvah (úsudků, důkazů) v nějaké oblasti výzkumu.